

Sterowanie mechanizmu dwuosiowego przy realizacji zadanej trajektorii płaskiej

JACEK CINK
ANDRZEJ KOSUCKI

W mechanizmach sterowanych programowo, gdzie element wykonawczy porusza się wzdłuż założonej trajektorii płaskiej lub przestrzennej z założoną prędkością, pojawia się problem jednoczesnego sterowania położeniem, odpowiednio dwóch lub trzech mechanizmów. Punkty założonej trajektorii mają współrzędne czasoprzestrzenne, np. w przypadku trajektorii płaskiej każdy punkt ma dwie współrzędne geometryczne x i y oraz jedną czasową t . Oznacza to, że element wykonawczy powinien przyjąć zadane położenie w zadanym czasie.

W przedstawionym opracowaniu elementem wykonawczym była głowica malarska z pistoletem malarskim, której zadaniem było wykonanie wielu zaprogramowanych ruchów poziomych związanych z malowaniem przedmiotów płaskich. Jedną z operacji było malowanie krawędzi przedmiotu i z tego względu wyznaczona została zamknięta płaska trajektoria odsunięta od krawędzi przedmiotu o około 30 cm. Głowica malarska powinna poruszać się wzdłuż niej ze stałą prędkością gwarantującą poprawną technologię malowania, przy czym pistolet malarski powinien być zorientowany w kierunku krawędzi przedmiotu. W dalszych rozważaniach zajęto się jedynie ruchem osi głowicy, pomijając jej obrót.

Algorytm określający zadaną trajektorię głowicy uwzględniał zarówno jej wymagane położenie x , y , jak i czas t osiągnięcia tego położenia stosownie do wymaganej prędkości głowicy wzdłuż toru. W efekcie powstał skończony zbiór n punktów P_i o współrzędnych (x_i, y_i, t_i) . Wygenerowane odległości czasowe Δt między sąsiednimi punktami P_i oraz P_{i+1} ($\Delta t = t_{i+1} - t_i$) nie są jednakowe.

Większość systemów sterujących pracuje w ten sposób, że odpowiednie sygnały sterujące generowane są w tych samych odstępach czasowych h ,

najczęściej mniejszych niż wspomniane odległości czasowe Δt . Powstaje konieczność znalezienia nowych zadanych współrzędnych położenia głowicy x i y dla nowego zbioru chwil czasowych. Ponieważ w rozpatrywanym przypadku ruch w kierunku x jest prostopadły do ruchu w kierunku y , oba ruchy są napędzane niezależnie, zatem wystarczy rozwiązać zagadnienie dla każdego z mechanizmów osobno. W pracy omówiono to na przykładzie mechanizmu realizującego ruch głowicy w kierunku x .

Metoda rozwiązania zagadnienia

Jako dane wyjściowe przyjęto dwa zbiory: zbiór wygenerowanych punktów czasowych t_i oraz odpowiadający im zbiór położeń x_i głowicy w kierunku x ($i = 1, 2, \dots, n$). Dyskretną funkcję $x_i = x_i(t_i)$ zastąpiono wielomianem aproksymacyjnym rzędu m . W rozważanym przypadku przyjęto wielomian rzędu 5 ($m = 5$) w postaci (1).

$$w(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot t^3 + a_4 \cdot t^4 + a_5 \cdot t^5$$
$$w(t) = \sum_{j=0}^{j=m} a_j \cdot t^j \quad (m=5) \quad (1)$$

Współczynniki wielomianu $x = w(t)$ dobrano tak, aby przybliżał on punkty $x_i = x_i(t_i)$ w przedziale czasowym $t_0 \leq t \leq t_n$ z jak najmniejszym błędem.

Zdefiniowana została miara odchylenia ciągłej funkcji $w(t)$ i funkcji dyskretnej $x_i = x_i(t_i)$

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} \left[x_i - \sum_{j=1}^{j=m} a_j \cdot t_i^j \right]^2 \quad (m=5) \quad (2)$$

Wskaźnik odchylenia (2) jest kwadratową funkcją współczynników wielomianu a_j ($j = 0, 1, \dots, 5$).

$$I = I(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \quad (3)$$

Poszukiwany jest taki zbiór wartości współczynników a_j ($j = 0, 1, \dots, 5$), dla których wskaźnik (2) jest

najmniejszy. Korzystając z warunku koniecznego istnienia ekstremum funkcji wielu zmiennych, obliczono pochodne cząstkowe względem współczynników wielomianu a_j wskaźnika (2) oraz przyrównano je do zera.

$$\frac{\partial l}{\partial a_k} = -2 \cdot \sum_{i=1}^{i=n} \left(x_i - \sum_{j=0}^{j=m} a_j \cdot t_i^j \right) \cdot t_i^k = 0 \quad k = 0, 1, \dots, m \quad (4)$$

Po przekształceniu zależności (4) otrzymuje się układ równań w postaci (5):

$$\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=0}^{j=m} a_j \cdot t_i^{j+k} = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot t_i^k \quad k = 0, 1, \dots, m \quad (5)$$

Definiując macierz kwadratową \mathbf{T} o elementach $T_{st} = \sum_{i=1}^{i=n} t_i^{s+t}$ ($s = 0, 1, \dots, 5; t = 0, 1, \dots, 5$) oraz wektory współczynników wielomianu $\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_5]^T$ i wolnych wyrazów $\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_5]^T$ ($b_j = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot t_i^j \quad j = 0, 1, \dots, 5$), można układ równań (6) przedstawić w postaci macierzowej.

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (6)$$

Jest to niejednorodny układ 6 równań liniowych o niewiadomych a_0, a_1, \dots, a_5 . Rozwiązano go metodą eliminacji *Gaussa*, uzyskując wartości współczynników wielomianu $x = w(t)$ aproksymującego funkcję dyskretną $x_i = x_i(t_i)$.

Znajomość współczynników wielomianu umożliwia obliczenie położenia i prędkości głowicy malarskiej w kierunku x dla każdej chwili czasu wymaganej przez układ sterowania mechanizmu.

Analogiczną operację przeprowadzono dla mechanizmu realizującego ruch w kierunku y .

Stanowisko badawcze

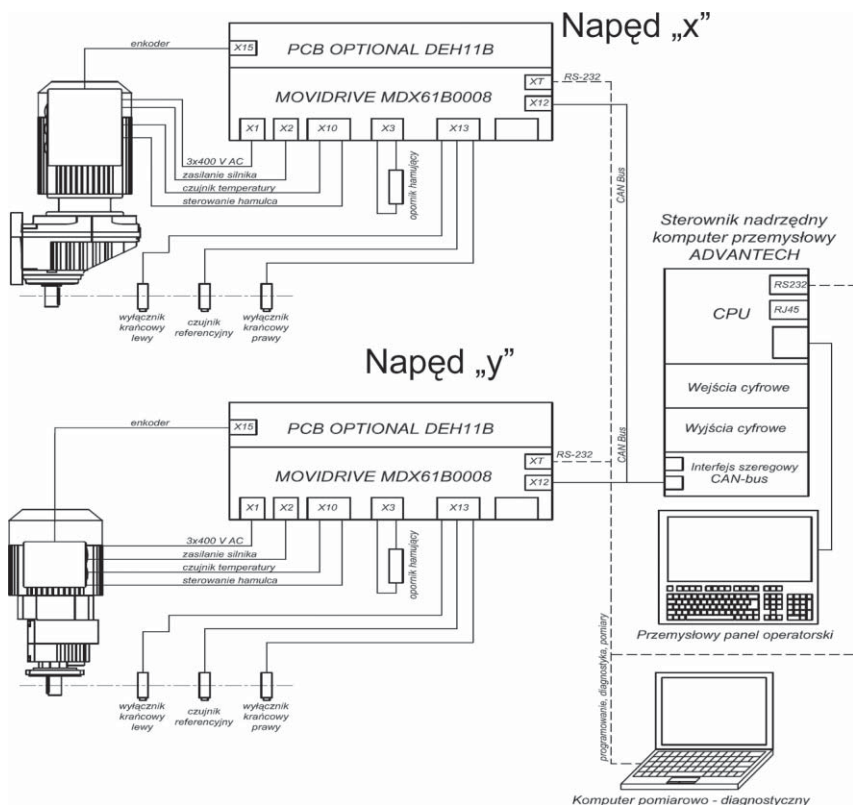
Stanowisko do badania ruchów wózka głowicy składa się z trzech podstawowych elementów:

- stalowej konstrukcji nośnej,
- napędu x wózka, realizującego ruchy głowicy wzdłuż osi x ,
- napędu y wózka, realizującego ruchy głowicy wzdłuż osi y .

Na belkach konstrukcji nośnej stanowiska zamocowano dwa napędy liniowe z paskami zębatymi napędzające most, który porusza się w kierunku x w zakresie 4 m. Na moście zainstalowano napęd liniowy z paskiem zębatym realizujący ruch głowicy malarskiej wzdłuż osi y w zakresie 2,1 m. Motoreduktory związane z napędami w kierunku x i y zostały



Rys. 1. Widok ogólny stanowiska



wyprodukowane przez firmę SEW EURODRIVE.

Obydwa napędy sterowane są za pomocą komputera przemysłowego ADVANTECH wyposażonego m.in. w kartę CAN-BUS. Program sterujący napisany został w języku C++. Komunikacja ze sterownikami poszczególnych napędów odbywa się zgodnie z protokołem dla standardu CAN-BUS. W celu uzyskania informacji o składowych prędkości i położeniu głowicy malarskiej wzdłuż osi x i y na wałach silników napędowych zastosowano enkodery, które są źródłem informacji o ich aktualnej prędkości obrotowej i absolutnym położeniu kątowym.

Widok ogólny stanowiska przedstawiono na fot. 1.

W celu weryfikacji informacji uzyskiwanych z enkoderów oraz

Rys. 2. Schemat układu pomiarowego napędów x i y oraz elementów układów sterowania

Rys. 3. Kształt i sytuowanie przedmiotu malowanego w polu pracy

określenia współrzędnych układu przy pierwszym uruchomieniu zastosowano indukcyjne czujniki referencyjne. Oba układy zostały również wyposażone w czujniki krańcowe, mające za zadanie zatrzymać napędy i nie dopuścić do kolizji wózków z końcami prowadnic.

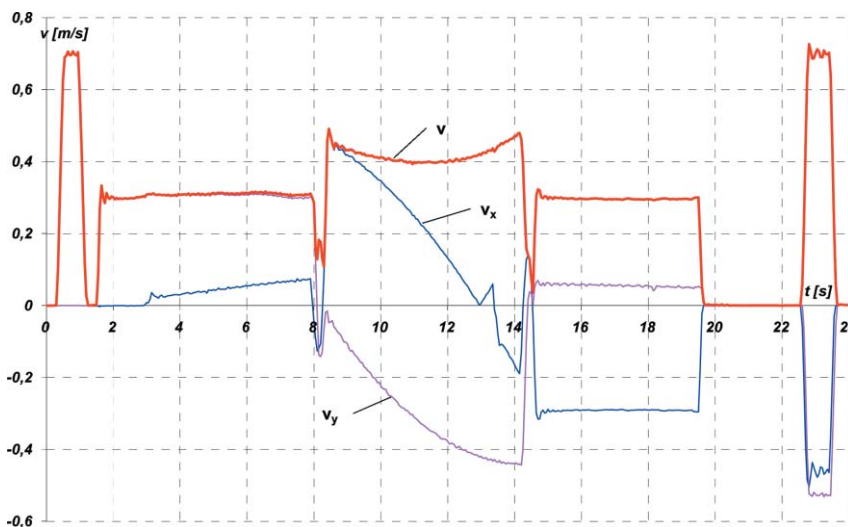
Pomiary i rejestracja najważniejszych wielkości kinematycznych obu napędów odbywały się przy wykorzystaniu znajdujących się w falownikach buforów do zapisu wielkości fizycznych, między innymi czasu, pozycji, prędkości, sygnałów sterujących – tak zwanych *Data Loggerów*, do których dostęp możliwy jest poprzez złącze RS-232. Schemat układu pomiarowego przedstawiony jest na rys. 2.

Badania eksperymentalne

Jako przykład badań eksperymentalnych wybrano malowanie krawędzi przedmiotu płaskiego, którego kształt i usytuowanie w układzie współrzędnych x, y pokazano na rys. 3.

Algorytm określania trajektorii głowicy malarskiej dla malowania krawędzi opisano w pracy [1]. Jest on następujący.

- Fotografowanie tła bez przedmiotu malowanego.
- Fotografowanie tła wraz z przedmiotem malowanym.
- Określenie kształtu przedmiotu jako różnicy obrazów.



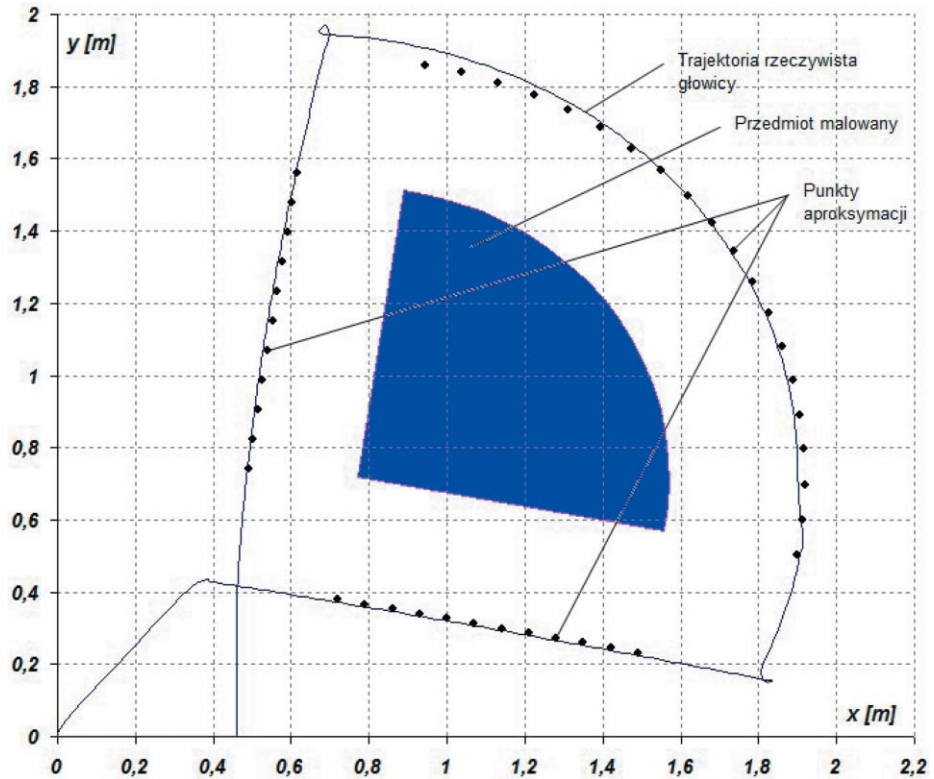
k) Rozłożenie płaskiego ruchu głowicy na dwa ruchy prostopadłe w kierunku x i y dla każdego odcinka krawędzi odsuniętej.

l) Określenie wielomianu aproksymacyjnego dla ruchu w kierunku x i y dla każdego odcinka krawędzi odsuniętej.

m) Określenie zadanego położenia głowicy, jej prędkości w kierunku x i y oraz kąta obrotu dla konkretnych chwil czasowych.

n) Określenie funkcji przejścia między punktami krańcowymi sąsiednich odcinków krawędzi odsuniętej.

Rys. 4. Przebieg czasowy wypadkowej prędkości głowicy malarskiej



d) Zapis bitmapy przedmiotu malowanego w pamięci komputera.

e) Wyodrębnienie punktów krawędziowych przedmiotu.

f) Wyodrębnienie punktów osobliwych krawędzi (narożników).

g) Określenie odcinków krawędzi między punktami osobliwymi.

h) Określenie punktów odsuniętej od krawędzi trajektorii głowicy malarskiej dla każdego odcinka krawędzi.

i) Przypisanie każdemu punktowi trajektorii głowicy odpowiedniej chwili czasu stosownie do prędkości poziomej głowicy.

j) Przypisanie każdemu punktowi trajektorii głowicy odpowiedniego kąta jej obrotu tak, aby pistolet malarski był skierowany w stronę malowanej krawędzi.

Metoda realizacji punktów l) i m) tego algorytmu została opisana tej w pracy. Malowanie krawędzi rozpoczyna się zawsze od punktu trajektorii posiadającego najmniejsze współrzędne x i y . Sam sposób wyznaczania funkcji sterującej falownikami poszczególnych mechanizmów opisano w pracy [2].

Wyniki badań eksperymentalnych pokazano, zaznaczając na rys. 3 trajektorię rzeczywistą głowicy malarskiej. Na rys. 4 pokazano przebieg czasowy wypadkowej prędkości głowicy malarskiej.

Podsumowanie

Badania eksperymentalne potwierdziły skuteczność zaprezentowanej metody dla sterowania ruchem płaskim głowicy malarskiej.

Rzeczywista trajektoria głowicy przebiega w pobliżu punktów aproksymacji trajektorii założonej. Dla kształtu z rys. 3 maksymalne odchylenie nie przekracza wartości 0,04 m dla odcinka trajektorii krzywoliniowej. Dla prostoliniowych odcinków trajektorii odchylenie nie przekracza wartości 0,01 m.

Prędkość wypadkowa głowicy jest w przybliżeniu stała. Na prostoliniowych odcinkach trajektorii wynosi 0,3 m/s, czyli dokładnie tyle, ile wynosi wymagana prędkość strugi lakieru względem krawędzi malowanej. Na odcinku krzywoliniowym prędkość waha się od 0,4 m/s do 0,48 m/s. Jej średnia wartość 0,45 m/s odpowiada założonej prędkości strugi lakieru względem krawędzi malowanej na poziomie 0,3 m/s.

Można zaobserwować zakłócenie przebiegu prędkości w kierunku x w pobliżu jej wartości zerowych. Wynika to z niedoskonałości układów napędowych.

LITERATURA

1. Tomczyk J.: Problemy automatyzacji procesów malowania elementów płaskich o zróżnicowanych kształtach. Czasopismo Techniczne – Mechanika, zeszyt. 1 – M/2006, ss. 379 – 389.
2. Gozdałik M.: Wieloosiowe pozycjonowanie ciągłe na bazie jednoosiowego pozycjonowania typu z punktu do punktu przetwornic napędowych MOVIDRIVE. Przegląd Mechaniczny nr 10, 2007, ss. 20 – 27.