



Politechnika Łódzka
Wydział Mechaniczny
Zakład Maszyn Roboczych,
Napędów i Sterowania



Jerzy TOMCZYK

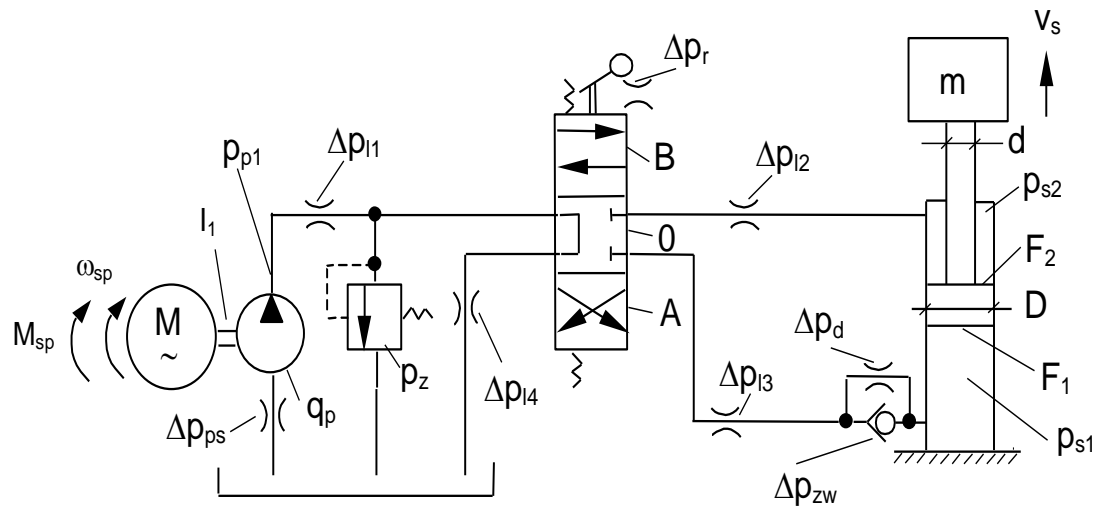
HYDRAULIKA I PNEUMATYKA

Cz. I - HYDRAULIKA

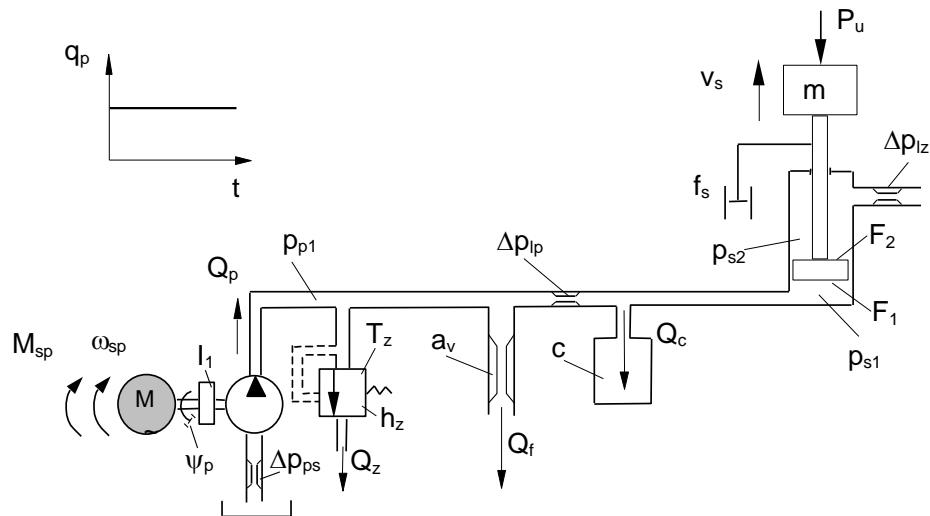
Łódź, 2015

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

Krok 1: Układ napędowy - schemat



Krok 2: Model fizyczny układu



Krok 3: Równania fizyczne układu

Równanie ruchu zespołu silnik - pompa

$$m \frac{dv_s}{dt} = p_{s1} F_{s1} - \Delta p_{lz} F_{s2} - f_s v_s - m \cdot g \quad (1)$$

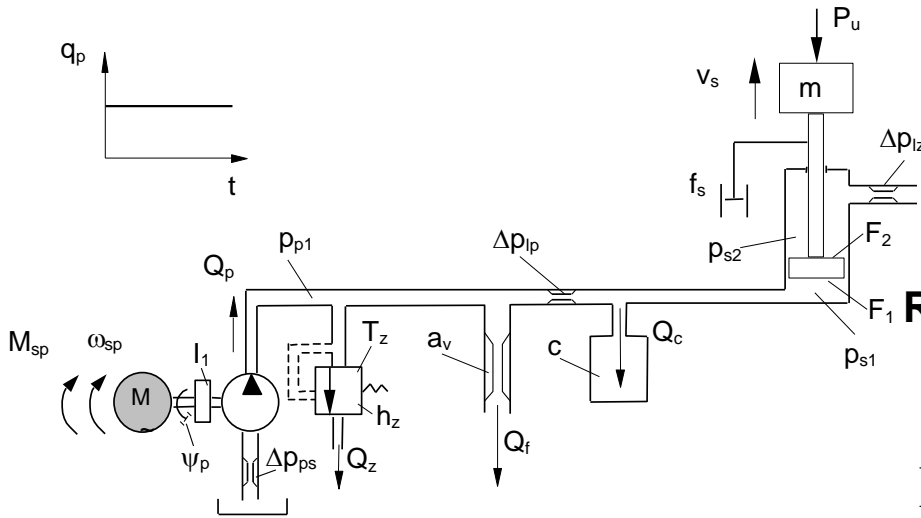
Równanie ruchu zespołu siłownik – obciążnik:

$$I_1 \cdot \frac{d\omega_{sp}}{dt} = M_{sp} - M_{pt} - \Delta M_p \quad (2)$$

Równanie przepływu przez zawór ciśnieniowy:

$$T_z \frac{dQ_z}{dt} + Q_z = h_z (p_{s1} + \Delta p_{pl} - p_z) \quad (3)$$

Krok 4: Przekształcenia i opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu



2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

Zmienne stanu $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$.

Dla $t = t_0$ wartości początkowe zmiennych, $x_1(t_0), \dots, x_n(t_0)$.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ z_g(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t] \\ \dot{x}_2(t) &= f_2[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t] \\ &\dots \\ &\dots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}, t) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}, t) \\ f_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}, t) \\ \dots \\ \dots \\ f_n(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}, t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Układ niestacjonarny

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}, t) \quad (9)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}) \\ f_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}) \\ \dots \\ \dots \\ f_n(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Układ stacjonarny

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{z}) \quad (11)$$

Równania wyjściowe - układ niestacjonarny

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= \varphi_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t) \\ y_2(t) &= \varphi_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t) \\ &\dots \\ y_m(t) &= \varphi_m(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \\ \varphi_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_m(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Układ niestacjonarny

$$\mathbf{y}(t) = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \quad (15)$$

Układ stacjonarny

$$\mathbf{y}(t) = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) \quad (16)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

Metoda Eulera całkowania numerycznego.

Wartość początkowa: dla $t = 0$ $\omega_1 = \omega_{10}$. np. $\omega_{10} = 0$.

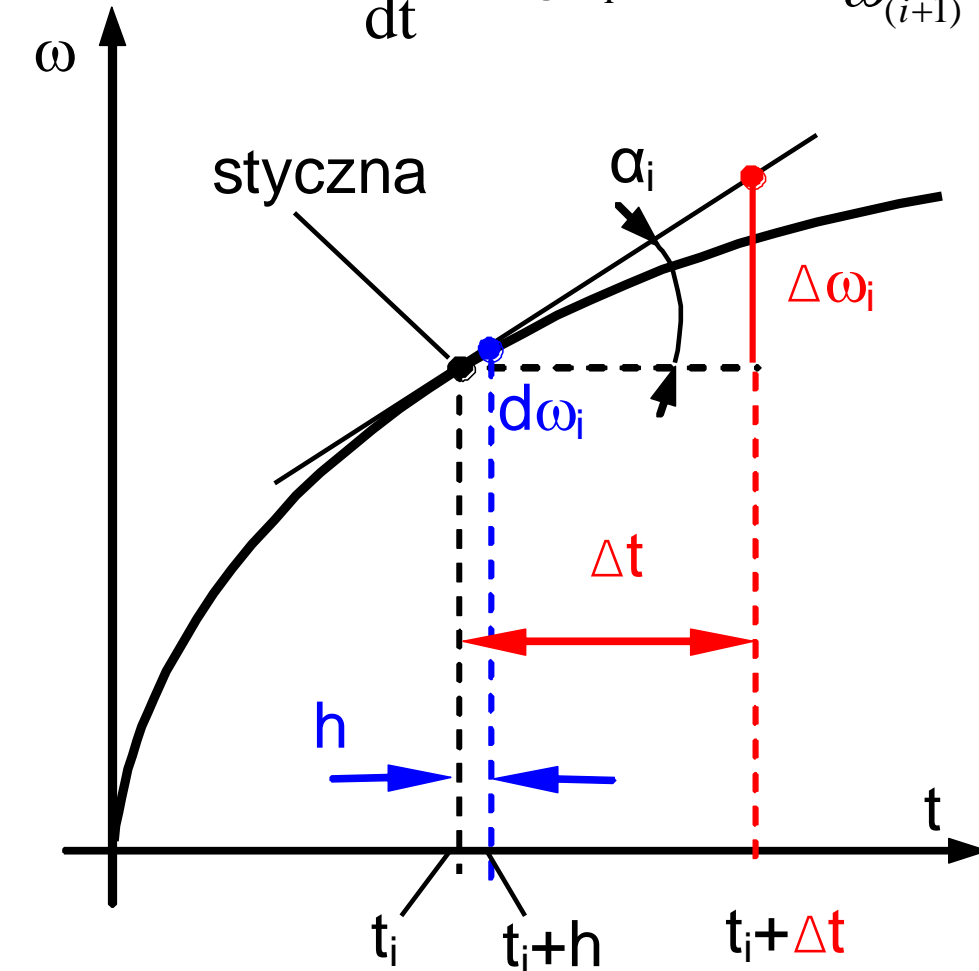
h – krok całkowania np. $h = 0,001$ [s]

$$\omega = f(t)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \operatorname{tg}\alpha_i$$

$$\omega_{(i+1)} = \omega_i + \frac{d\omega_i}{dt} \cdot h = \omega_i + d\omega_i$$

różniczka funkcji



$$\omega_1 = \omega_0 + d\omega_0$$

$$\omega_2 = \omega_1 + d\omega_1 \quad (17)$$

$$\omega_3 = \omega_2 + d\omega_2$$

.....

$$\omega_n = \omega_{(n-1)} + d\omega_{(n-1)}$$

$$t_1 = h$$

$$t_2 = t_1 + h$$

$$t_3 = t_2 + h \quad (18)$$

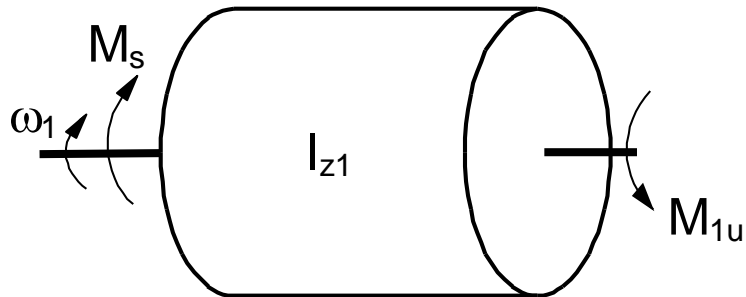
.....

$$t_n = t_{(n-1)} + h$$

Po przejściu układu do ruchu ustalonego przyrosty prędkości kątowej $d\omega_1 = 0$.

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

Przykład1: charakterystyka mechaniczna silnika klatkowego

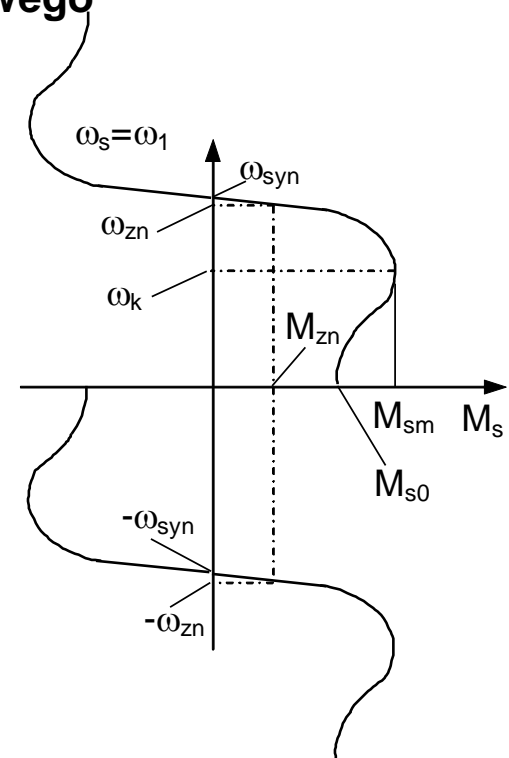


Model fizyczny układu napędowego.

$$I_{z1} \frac{d\omega_1}{dt} = M_s - M_{1u} \quad (19) \quad \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_s - M_{1u}}{I_{z1}} \quad (20)$$

$$M_s = \frac{2 \cdot M_{sm}}{\frac{s_s + s_k}{s_k} + \frac{s_k}{s_s}} \quad (21) \quad s_s = \frac{\omega_{syn} - \omega_s}{\omega_{syn}} \quad (22)$$

$$s_k = \frac{\omega_{syn} - \omega_k}{\omega_{syn}} \quad (23)$$



Charakterystyka mechaniczna klatkowego silnika indukcyjnego.

$$M_{1u} = M_1 + \Delta M_1 = M_1 + \psi \omega_1 \quad (24)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

Przykład 1 : charakterystyka mechaniczna silnika klatkowego

Dane techniczne:

- silnik klatkowy: $N_{zn} = 14 \text{ kW}$; $\omega_{zn} = 153,41 \text{ rad/s}$; $\omega_{syn} = 157,08 \text{ rad/s}$; $M_{zn} = 91,3 \text{ Nm}$;
 $M_{sm} = 2,5 M_{zn} = 228,14 \text{ Nm}$; $M_0 = 1,8 M_{zn}$; $= 164,26 \text{ Nm}$;
- moment statyczny zredukowany na 1-szy wał silnika: $M_{1u} = 73,6 \text{ Nm}$;
- masowy moment bezwładności zredukowany na 1-szy wał silnika : $I_{z1} = 0,1786 \text{ kgm}^2$;
- wiskotyczny współczynnik tarcia: $\psi = 0,04104 \text{ [Nm s/rad]}$

Obliczenia numeryczne:

Dane:

Obliczenia:

$N_{zn} =$	14000 W	$\omega_{zn} =$	153,41 rad/s	$M_{zn} =$	91,256 Nm
$M_{zn} =$	91,2561 Nm	$\omega_{syn} =$	157,08 rad/s		
$n_{zn} =$	1465 obr/min	$M_{sm} =$	228,14 Nm		
$n_{syn} =$	1500 obr/min	$I_{z1} =$	0,1786 kgm ²	M_{sm}	m
$m =$	2,5	$M_1 =$	73,6 Nm	228,14	2,50
$p =$	1,8	$\Delta M_1 =$	6,3 Nm		
$I_w =$	0,08 kgm ²	$M_{1u} =$	79,9 Nm	M_0	p
$\Psi =$	0,04104 Nms/rad	$M_0 =$	164,26 Nm	164,265	1,80

$$M_s = \frac{2 \cdot M_{sm}}{\frac{s_s}{s_k} + \frac{s_k}{s_s}} \quad s_s = \frac{\omega_{syn} - \omega_s}{\omega_{syn}}$$

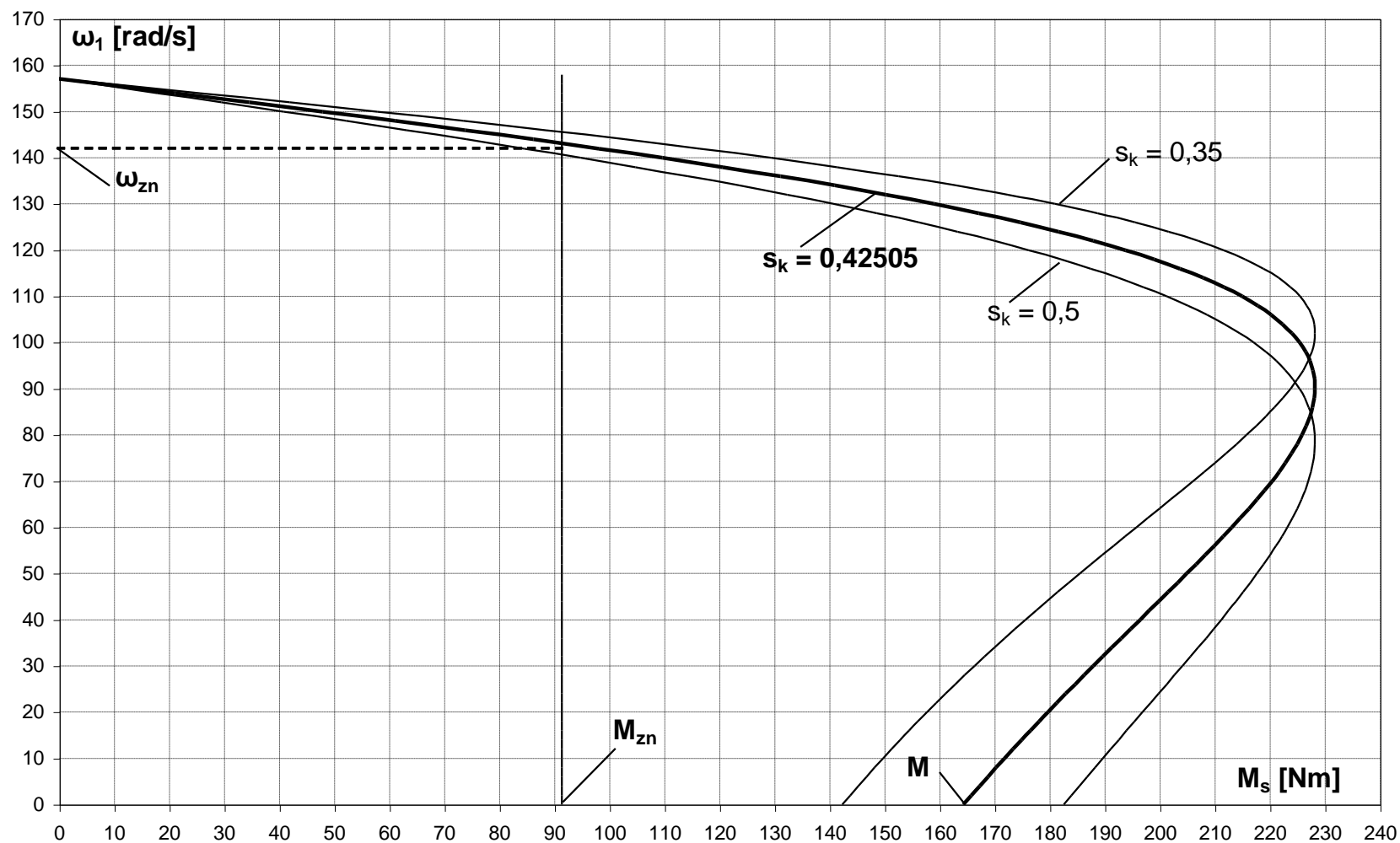
$$s_k = \frac{\omega_{syn} - \omega_k}{\omega_{syn}}$$

$$M_{1u} = M_1 + \Delta M_1 = M_1 + \psi \omega_1$$

rad/s ω_1	$s_k = 0,42505$				$s_k = 0,35$				$s_k = 0,5$				Nm M_{zn}
	Nm M_s	s_s	s_s/s_k	s_k/s_s	Nm M_s	s_s	s_s/s_k	s_k/s_s	Nm M_s	s_s	s_s/s_k	s_k/s_s	
0	164,26	1,00	2,3527	0,4251	142,270	1,00	2,8571429	0,35	182,512	1,00	2	0,5	91,26
2	165,72	0,9873	2,3227	0,4305	143,698	0,99	2,8207646	0,35451381	183,911	0,99	1,974535	0,506448	91,26
4	167,20	0,9745	2,2928	0,4362	145,149	0,97	2,7843863	0,35914557	185,319	0,97	1,94907	0,513065	91,26
6	168,70	0,9618	2,2628	0,4419	146,624	0,96	2,748008	0,36389995	186,735	0,96	1,923606	0,519857	91,26
8	170,21	0,9491	2,2328	0,4479	148,123	0,95	2,7116298	0,36878191	188,159	0,95	1,898141	0,526831	91,26
10	171,74	0,9363	2,2029	0,4539	149,647	0,94	2,6752515	0,37379663	189,590	0,94	1,872676	0,533995	91,26
12	173,28	0,9236	2,1729	0,4602	151,195	0,92	2,6388732	0,37894962	191,027	0,92	1,847211	0,541357	91,26
14	174,85	0,9109	2,1430	0,4666	152,769	0,91	2,6024949	0,38424666	192,469	0,91	1,821746	0,548924	91,26
16	176,42	0,8981	2,1130	0,4733	154,367	0,90	2,5661167	0,38969389	193,915	0,90	1,796282	0,556706	91,26
18	178,02	0,8854	2,0831	0,4801	155,991	0,89	2,5297384	0,39529779	195,365	0,89	1,770817	0,564711	91,26

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

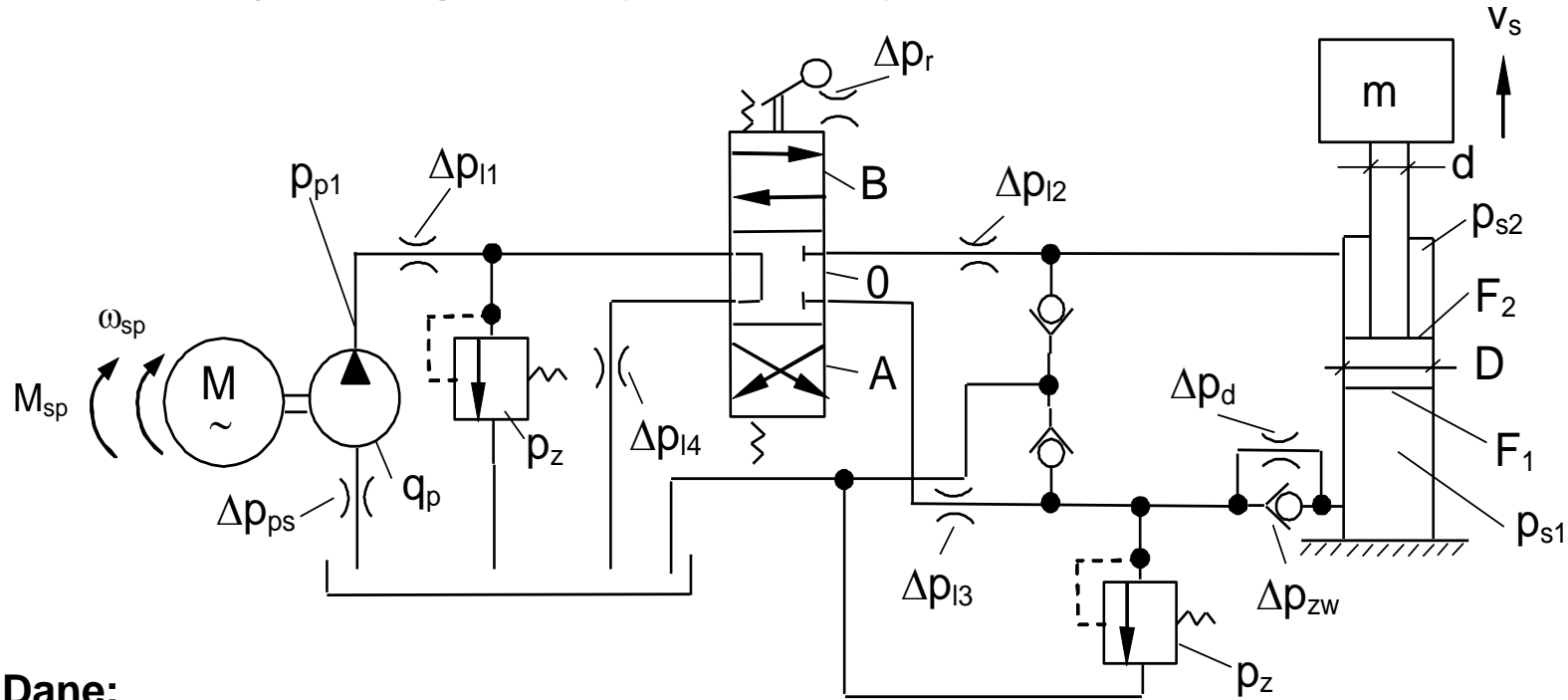
Przykład 1 : charakterystyka mechaniczna silnika klatkowego



Wynik obliczeń numerycznych - charakterystyka mechaniczna silnika klatkowego

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



Dane:

$m = 5000 \text{ kg}$; $D = 80 \text{ mm}$; $d = 40 \text{ mm}$; $N_{zn} = 5 \text{ kW}$; $n_{zn} = 1410 \text{ obr/min}$; $n_o = 1500 \text{ obr/min}$;

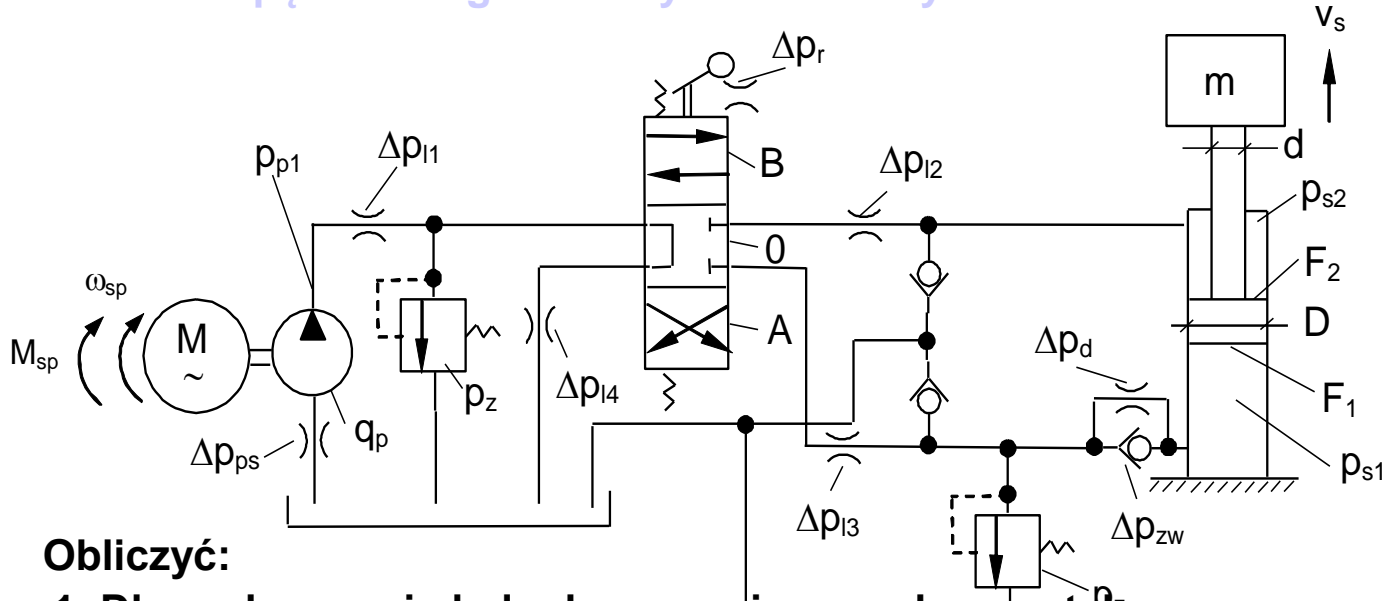
$q_p = 3,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{rad}$; $\eta_{mhp} = 0,96$; $\eta_{mhs} = 0,99$; $\eta_{vp} = 0,95$; $\eta_{vs} = 1,0$; $\eta_{vl} \cong 1,0$;

$\Delta p_{I1} = 0,5 \text{ MPa}$; $\Delta p_{I2} = 0,3 \text{ [MPa]}$; $\Delta p_{I3} = 0,3 \text{ [MPa]}$; $\Delta p_{I4} = 0,5 \text{ [MPa]}$;

$\Delta p_{ps} = -0,05 \text{ [MPa]}$; $\Delta p_{zw} = 0,2 \text{ [MPa]}$; $\Delta p_r = 0,3 \text{ [MPa]}$; $p_z = 12 \text{ [MPa]}$;

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



Obliczyć:

1. Dla podnoszenia ładunku o masie m ruchem ustalonym:

$$p_{s1u} = ? ; p_{pu} = ? ; M_{1u} = ? ; \omega_{1u} = ? ; N_{1u} = ? ; v_{su} = ? ;$$

2. Dla opuszczania ładunku ruchem ustalonym:

Spadek ciśnienia na zaworze dławiącym $\Delta p_d = ?$ taki aby $p_{s2uh} = 1,2$ [MPa]

$$\text{oraz } p_{puh} = ? ; M_{1uh} = ? ; \omega_{1uh} = ? ; N_{1uh} = ? ; v_{suh} = ? ;$$

3. Moc traconą i bilans cieplny cyklu pracy układu przy następujących założeniach:

$F_z = 1,84$ m² – powierzchnia ścian zbiornika z uźbrowaniem,

$t_c = 50$ °C ; $t_o = 20$ °C – temperatura cieczy roboczej i otoczenia,

$k_c = 12$ Wm⁻² °C⁻¹ – współczynnik przepływu ciepła między ściankami zbiornika i otoczeniem,

$T_c = 160$ s – całkowity czas cyklu roboczego obejmujący czas podnoszenia i opuszczania masy oraz czasy manipulacyjne i przestoju.

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

1. Dla podnoszenia ładunku o masie m ruchem ustalonym:

$$p_{s1u} = ? ; p_{pu} = ? ; M_{1u} = ? ; \omega_{1u} = ? ; N_{1u} = ? ; v_{su} = ? ;$$

$$p_{s1u} F_1 = \frac{mg + (\Delta p_{14} + \Delta p_r + \Delta p_{12}) F_2}{\eta_{mhs}} \quad p_{s1u} = \frac{mg + (\Delta \Delta_{14} + \Delta p_r + \Delta p_{12}) F_2}{F_1 \eta_{mhs}} = \mathbf{10,7 \text{ MPa}}$$

$$p_{pu} = p_{s1u} + \Delta p_{zw} + \Delta p_{13} + \Delta p_r + \Delta p_{11} - \Delta p_{ps} = \mathbf{12 \text{ MPa}}$$

$$M_{1u} = \frac{p_{pu} q_p}{\eta_{mhp}} = \mathbf{37,75 \text{ Nm}}$$

$$\omega_{1u} = \omega_0 - \frac{M_{1u}}{M_{zn}} (\omega_0 - \omega_{zn}) = \mathbf{146,6 \text{ rad/s}}$$

$$v_{su} = \frac{\omega_{1u} q_p \eta_{vp}}{F_1} = \mathbf{5,25 \text{ m/min}}$$

$$N_{1u} = -M_{1u} \omega_{1u} = \mathbf{-5,53 \text{ kW}}$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

2. Dla opuszczania ładunku ruchem ustalonym:

Spadek ciśnienia na zaworze dławiącym $\Delta p_d = ?$ taki aby $p_{s2uh} = 1,2$ [MPa]
oraz $p_{puh} = ?$; $M_{1uh} = ?$; $\omega_{1uh} = ?$; $N_{1uh} = ?$; $v_{suh} = ?$;

$$(\Delta p_d + \Delta p_{l3} + \Delta p_r + \Delta p_{l4})F_1 = (mg + p_{s2uh} F_2)\eta_{mhs}$$

$$\Delta p_d = \frac{(mg + p_{s2uh} F_2)\eta_{mhs}}{F_1} - \Delta p_{l3} - \Delta p_r - \Delta p_{l4} = \mathbf{9,46 \text{ MPa}}$$

$$p_{puh} = p_{s2uh} + \Delta p_{l2} + \Delta p_r + \Delta p_{l1} - \Delta p_{ps} = \mathbf{2,3 \text{ MPa}}$$

$$M_{u1h} = \frac{p_{puh} q_p}{\eta_{mhp}} = \mathbf{7,41 \text{ Nm}} \quad \omega_{1uh} = \omega_0 - \frac{M_{1uh}}{M_{zn}} (\omega_0 - \omega_{zn}) = \mathbf{155 \text{ rad/s}}$$

$$N_{1uh} = -M_{1uh} \omega_{1uh} = \mathbf{-1,15 \text{ kW}}$$

$$v_{suh} = \frac{\omega_{1uh} q_p \eta_{vp}}{F_2} = \mathbf{7,41 \text{ m/min}}$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

3. Moc traconą i bilans cieplny cyklu pracy układu przy następujących założeniach:

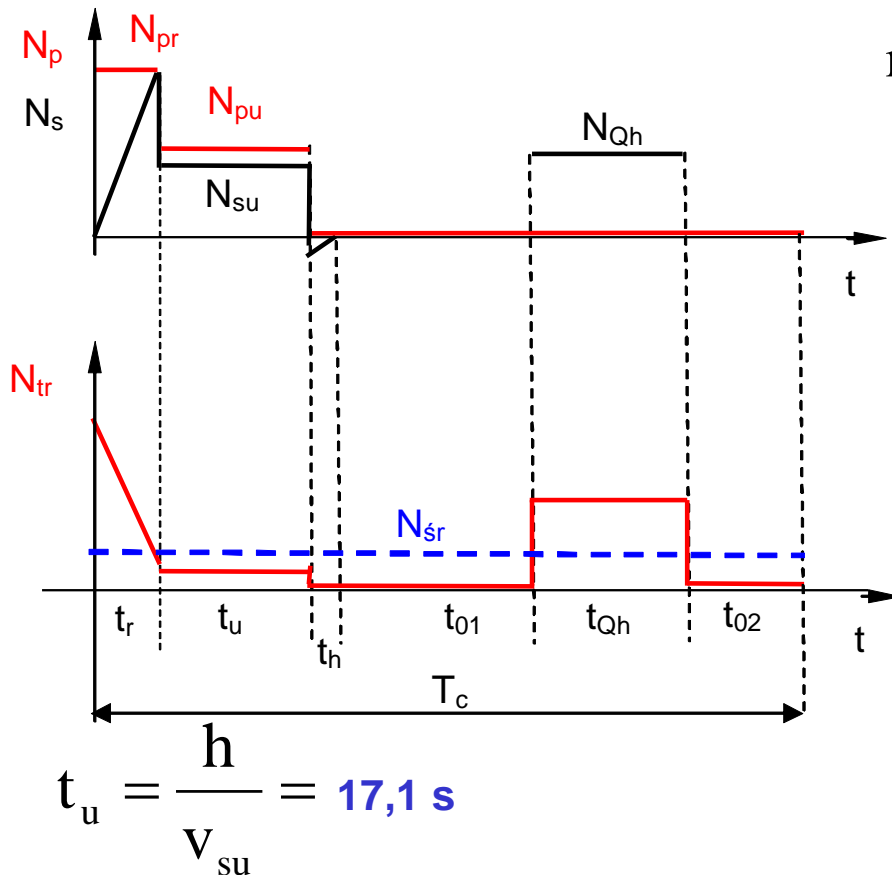
$F_z = 1,84 \text{ m}^2$ – powierzchnia ścian zbiornika z uźebrowaniem,

$t_c = 50 \text{ }^\circ\text{C}$; $t_o = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ – temperatura cieczy roboczej i otoczenia,

$k_c = 12 \text{ Wm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ – współczynnik przepływu ciepła między ściankami zbiornika i otoczeniem,

$T_c = 160 \text{ s}$ – całkowity czas cyklu roboczego obejmujący czas podnoszenia i opuszczania masy oraz czasy manipulacyjne i przestoju.

$h = 1,5 \text{ m}$ – wysokość podnoszenia ładunku.



Czas rozruchu przy podnoszeniu ładunku:

$$m \cdot \frac{v_{su}}{t_r} = p_z \cdot F_1 - m \cdot g - F_2 \cdot (\Delta p_{12} + \Delta p_{14})$$

$$t_r = \frac{m \cdot v_{su}}{p_z \cdot F_1 - m \cdot g - F_2 \cdot (\Delta p_{12} + \Delta p_{14})} = \mathbf{0,14 \text{ s}}$$

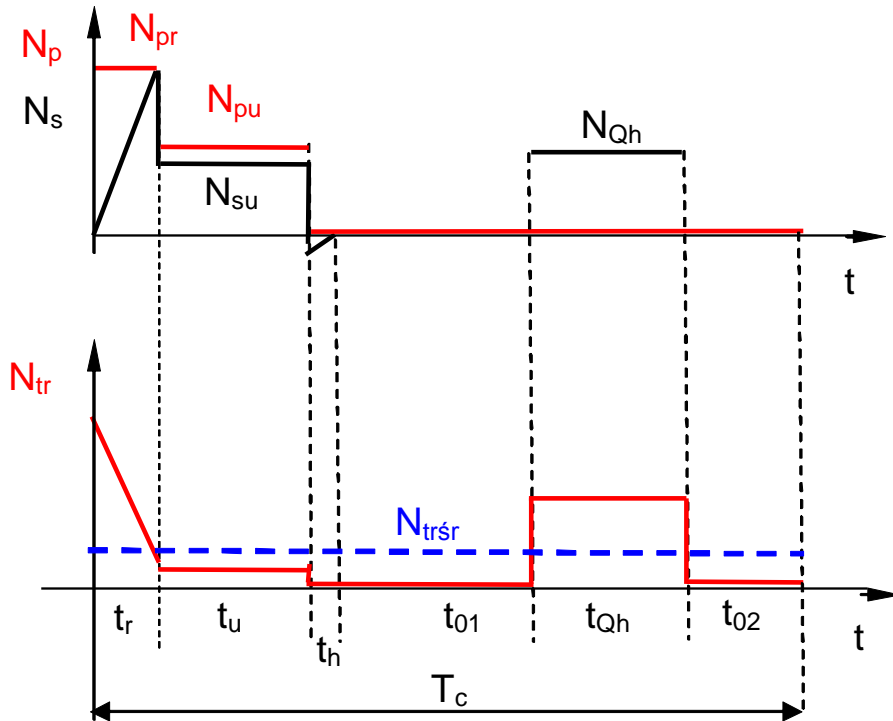
Tylko ruchy ustalone

$$\eta_{cu} = \frac{m \cdot g \cdot v_{su}}{N_{1u}} = \mathbf{0,7765}$$

$$N_{tru} = N_{1u} (1 - \eta_{cu}) = \mathbf{1236,7 \text{ W}}$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



Opuszczanie ładunku:

$$E_{uh} = m \cdot g \cdot h = 73575 \text{ J}$$

$$t_{uh} = \frac{h}{v_{suh}} = \frac{1,5}{0,1235} = 12,15 \text{ s}$$

$$N_{truh} = \frac{E_{uh}}{t_{uh}} = 6057,9 \text{ W}$$

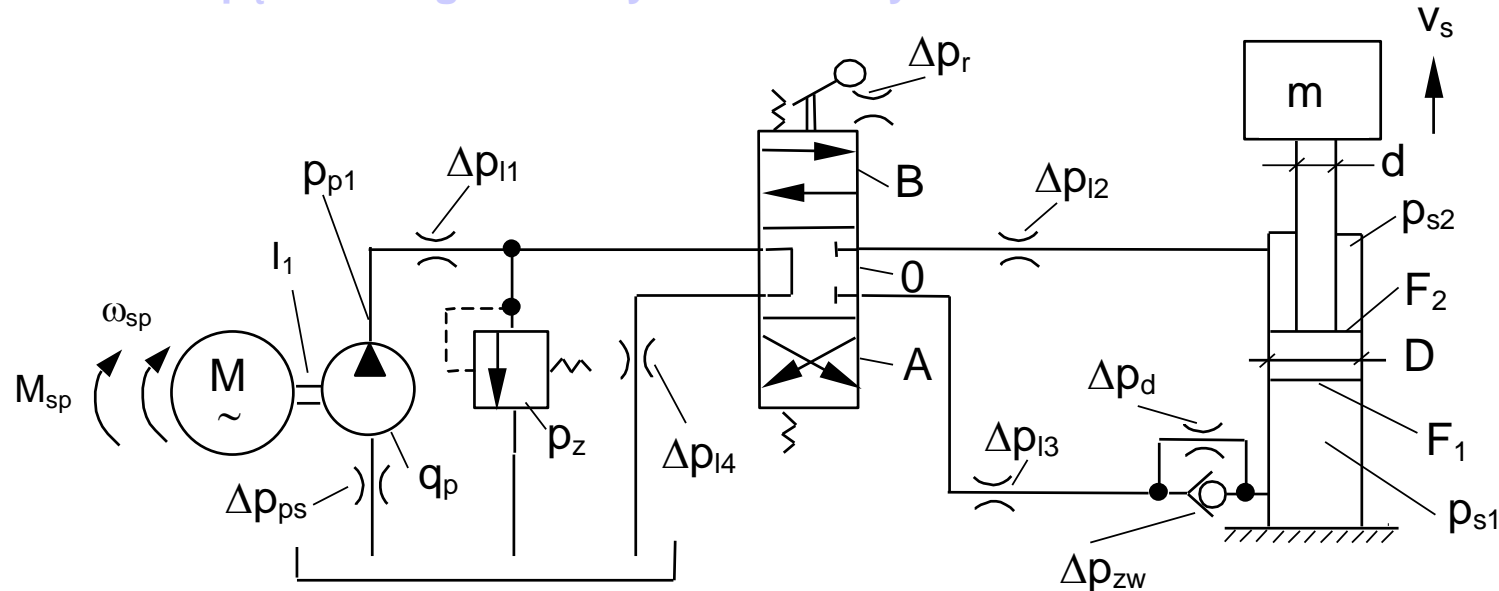
$$N_{trsr} = \frac{N_{tr} \cdot t_u + N_{trh} \cdot t_{uh}}{T_c} = 592,2 \text{ W}$$

$$\Phi_{oz} = (t_c - t_o) k_c F_z = 662 \text{ W} > |N_{trsr}| = 592,2 \text{ [W]}$$

$$t_{crz} = \frac{|N_{trsr}|}{k_c F_z} + t_o = 47 \text{ }^\circ\text{C}$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



$c = 5,0 \text{ E-12} [\text{m}^5 \text{ N}^{-1}]$ – zredukowana pojemność hydrauliczna układu;

$a_v = 4,78\text{E-12} [\text{m}^5 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}]$ – współczynnik natężenia przepływu w nieszczelnościach wewnętrznych układu;

$f_s = 20000 [\text{Nsm}^{-1}]$ – współczynnik oporów wiskotycznych układu podnoszenia;

$\psi_p = 0,009173 [\text{Nms}^{-1}]$ - współczynnik oporów wiskotycznych pompy;

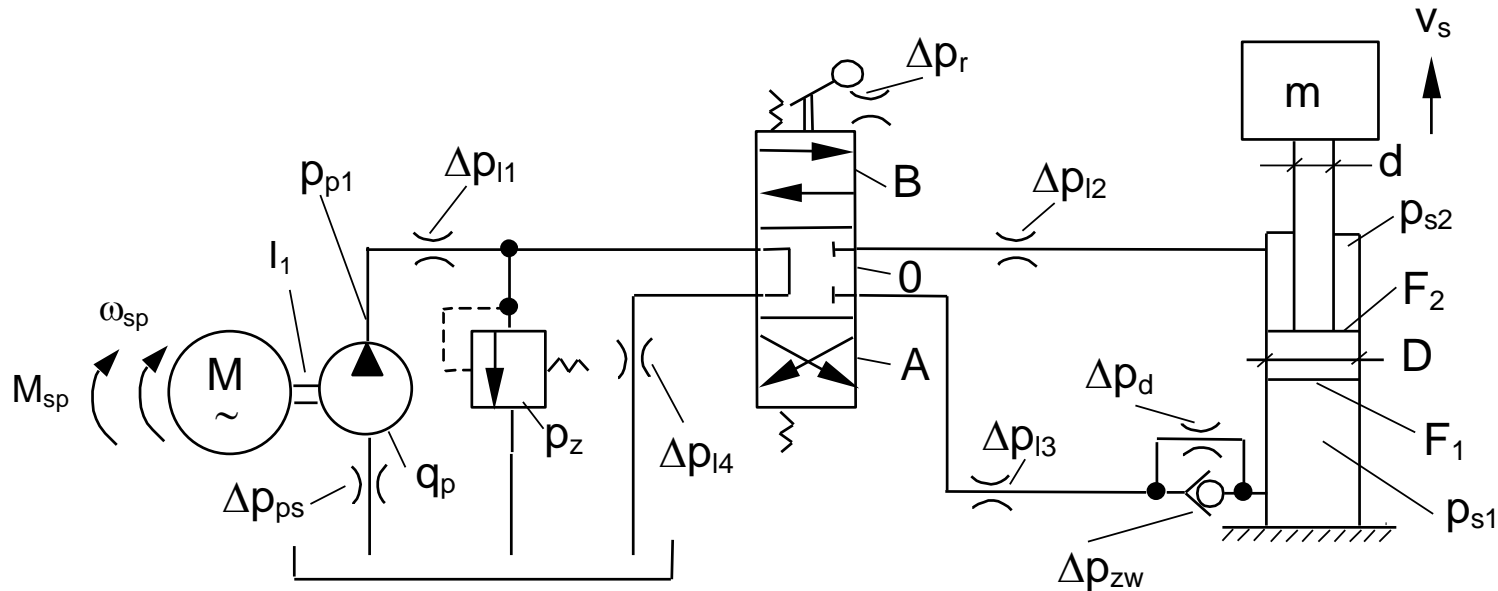
$T_z = 0,01 [\text{s}]$ – stała czasowa zaworu ciśnieniowego;

$h_z = 6,0 [\text{m}^5 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}]$ – współczynnik wzmocnienia zaworu ciśnieniowego;

$I_1 = 0,07 [\text{kgm}^2]$ – masowy moment bezwładności silnika elektrycznego i pompy;

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

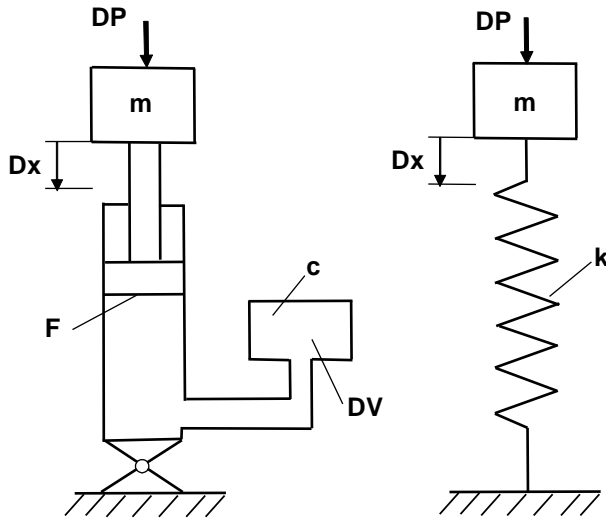


1. Wykonaj uproszczone obliczenia analityczne układu napędowego wyznaczając dla rozruchu podnoszonego ładunku bez udziału zaworu ciśnieniowego wartość ciśnienia maksymalnego w siłowniku: $p_{sm} = ?$
2. Wyznacz częstotści i okresy drgań własnych i tłumionych:
 α_o [rad/s] = ? ; ν_o [Hz] = ? ; T_o [s] = ? ; α [rad/s] = ? ; ν [Hz] = ? ; T [s] = ? ;
3. Opracuj model fizyczny układu napędowego zakładając skokową zmianę położenia suwaka rozdzielacza i sformułuj równania zmiennych stanu, warunki początkowe i brzegowe oraz równania wielkości wyjściowych.

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

- Wykonaj uproszczone obliczenia analityczne układu napędowego wyznaczając dla rozruchu podnoszonego ładunku bez udziału zaworu ciśnieniowego wartość ciśnienia maksymalnego w siłowniku: $p_{sm} = ?$
- Wyznacz częstotści i okresy drgań własnych i tłumionych:
 α_0 [rad/s] = ? ; ν_0 [Hz] = ? ; T_0 [s] = ? ; α [rad/s] = ? ; ν [Hz] = ? ; T [s] = ? ;



Analogia układu hydraulicznego i mechanicznego

$$Q_c = c \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{V}{B_z} \cdot \frac{dp}{dt} ; \quad Q_c \cdot dt = dV = c \cdot dp ;$$

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{c} ; \quad \frac{\Delta P}{F} = \frac{F \cdot \Delta x}{c} ; \quad \Delta P = \frac{F^2}{c} \cdot \Delta x ;$$

$$k = \frac{F^2}{c} ; \quad \alpha_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} ;$$

$$\Delta P = k \cdot \Delta x ;$$

$$p_{sm} = p_{slu} + v_{su} \sqrt{\frac{m}{c}} = \mathbf{13,46 \text{ MPa}}$$

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{F_1^2}{c \cdot m}} = \mathbf{31,77 \text{ rad/s}}$$

$$\nu_0 = \frac{\alpha_0}{2\pi} = \mathbf{5,0571 \text{ s}^{-1}}$$

$$T_0 = \frac{1}{\nu_0} = \mathbf{0,1977 \text{ s}}$$

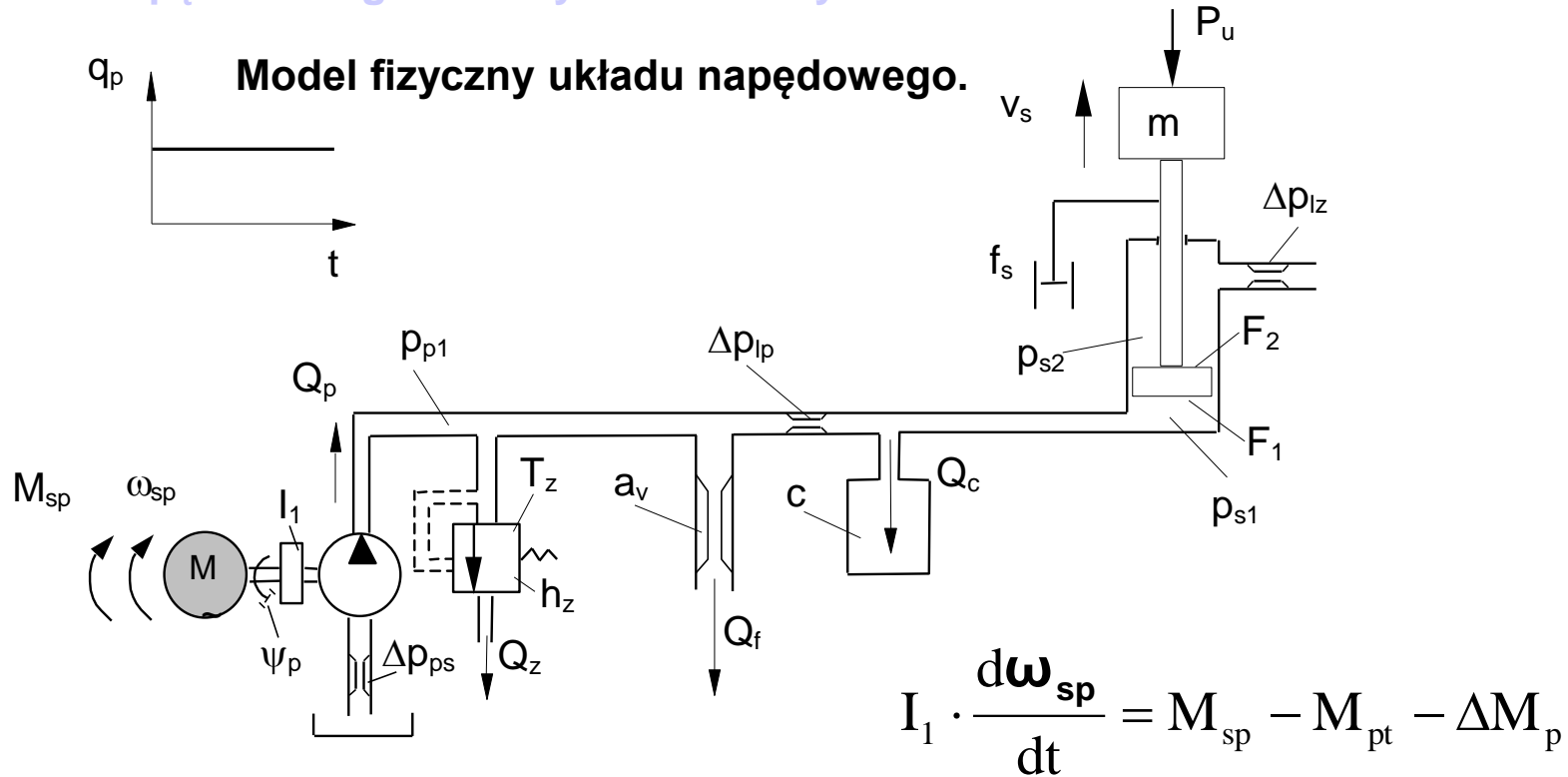
$$\alpha = \sqrt{\frac{F_1^2}{c \cdot m} - \left(\frac{m \cdot a_v + f_{sz} \cdot c}{2mc} \right)^2} = \mathbf{31,70 \text{ rad/s}}$$

$$\nu = \frac{\alpha}{2\pi} = \mathbf{5,045 \text{ s}^{-1}}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = \mathbf{0,1982 \text{ s}}$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



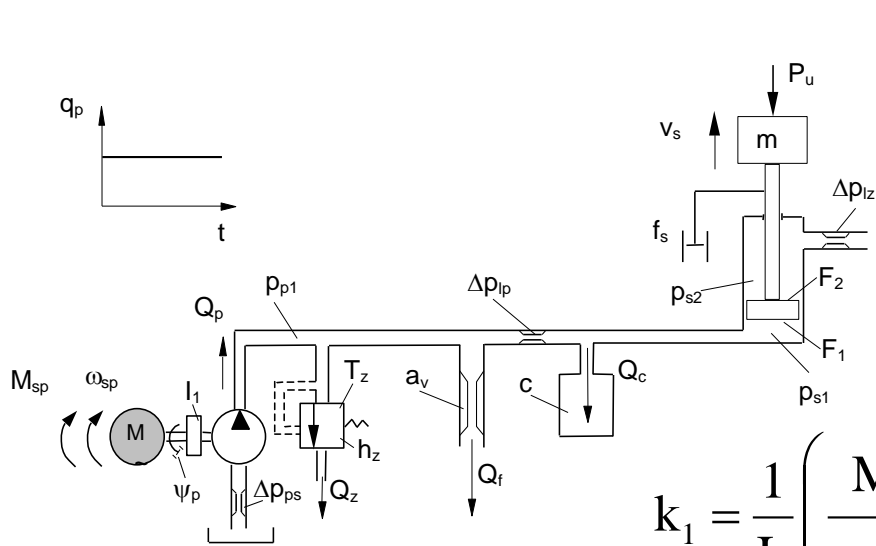
$$M_{sp} = M_{zn} \cdot \frac{\omega_{syn} - \omega_{sp}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp}$$

$$M_{pt} = q_p (p_{p1} - \Delta p_{ps}) = q_p (p_{s1} + \Delta p_{lp} - \Delta p_{ps}) = q_p p_{s1} + q_p (\Delta p_{lp} - \Delta p_{ps})$$

$$\Delta p_{lp} = \Delta p_{l1} + \Delta p_{l3} + \Delta p_r + \Delta p_{zw} = 1,3 \text{ MPa}$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



$$a_{11} = -\frac{1}{I_1} \left(\frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} + \psi_p \right) = -51,459 \text{ s}^{-1}$$

$$a_{15} = -\frac{q_p}{I_1} = -4,514 \text{ radm}^2\text{N}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$k_1 = \frac{1}{I_1} \left(\frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - q_p (\Delta\Delta_{lp} - \Delta p_{ps}) \right) = 7964,4 \text{ rads}^{-2}$$

$$I_1 \cdot \frac{d\omega_{sp}}{dt} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp} - q_p p_{s1} - q_p (\Delta p_{lp} - \Delta p_{ps}) - \psi_p \omega_{sp}$$

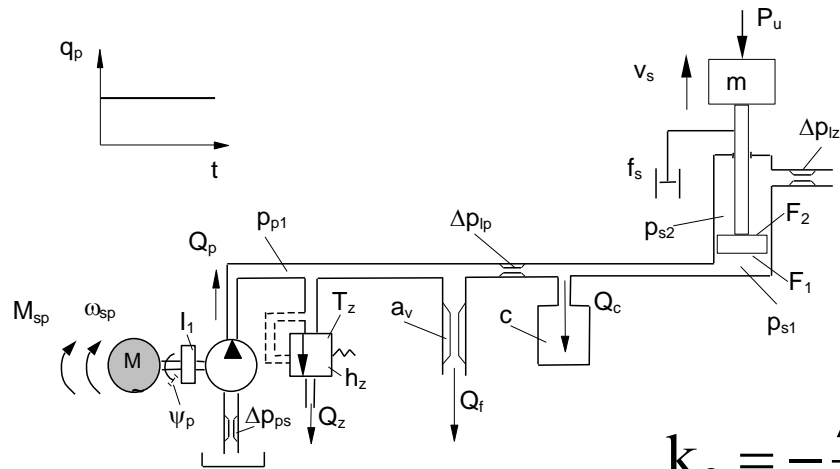
$$\frac{d\omega_{sp}}{dt} = -\frac{1}{I_1} \left(\frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} + \psi_p \right) \omega_{sp} - \frac{q_p}{I_1} p_{s1} + \frac{1}{I_1} \left(\frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - q_p (\Delta p_{lp} - \Delta p_{ps}) \right)$$

$$\frac{d\omega_{sp}}{dt} = a_{11} \cdot \omega_{sp} + a_{15} \cdot p_{s1} + k_1 \quad (1)$$

$$\frac{d\phi_{sp}}{dt} = \omega_{sp} \quad (2)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



$$\Delta p_{lz} = \Delta p_{l2} + \Delta p_r + \Delta p_{l4} = 1,1 \text{ MPa}$$

$$a_{35} = \frac{F_1}{m} = 1,0048 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$$

$$a_{33} = -\frac{f_s}{m} = -4,0 \text{ s}^{-1}$$

$$k_3 = -\frac{\Delta p_{zl} F_2}{m} - g = -10,639 \text{ ms}^{-2}$$

$$m \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \mathbf{p}_{s1} F_{s1} - \Delta p_{lz} F_{s2} - f_s \mathbf{v}_s - m \cdot g$$

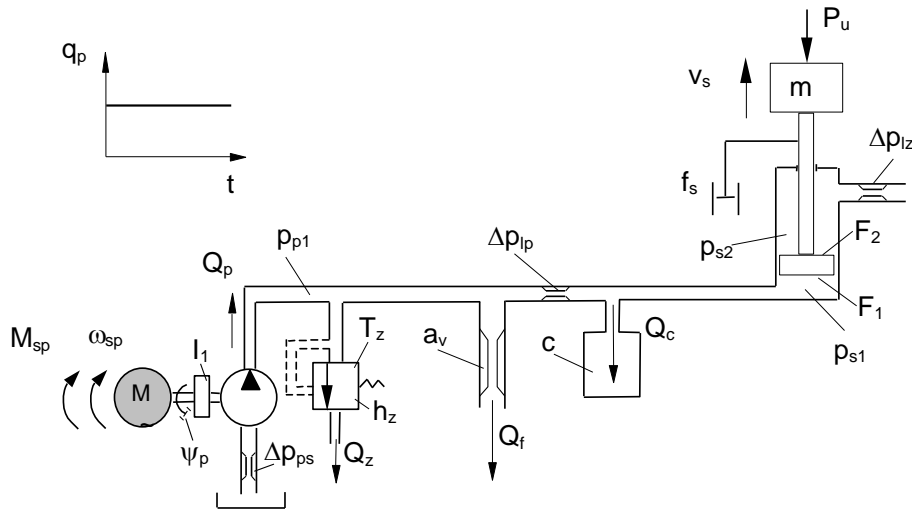
$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \frac{F_1}{m} \mathbf{p}_{s1} - \frac{f_s}{m} \mathbf{v}_s - \frac{\Delta p_{zl} F_2}{m} - g$$

$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = a_{33} \cdot \mathbf{v}_s + a_{35} \cdot \mathbf{p}_{s1} + k_3 \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{x}_s}{dt} = \mathbf{v}_s \quad (4)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



$$a_{51} = \frac{q_p}{c} = 632000 \text{ Nm}^{-2}$$

$$a_{53} = -\frac{F_1}{c} = -1,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-3}$$

$$a_{55} = -\frac{a_v}{c} = -0,956 \text{ s}^{-1}$$

$$a_{56} = -\frac{1}{c} = -2,0 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^{-5}$$

$$k_5 = -\frac{a_v \Delta p_{lp}}{c} = -1,24 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

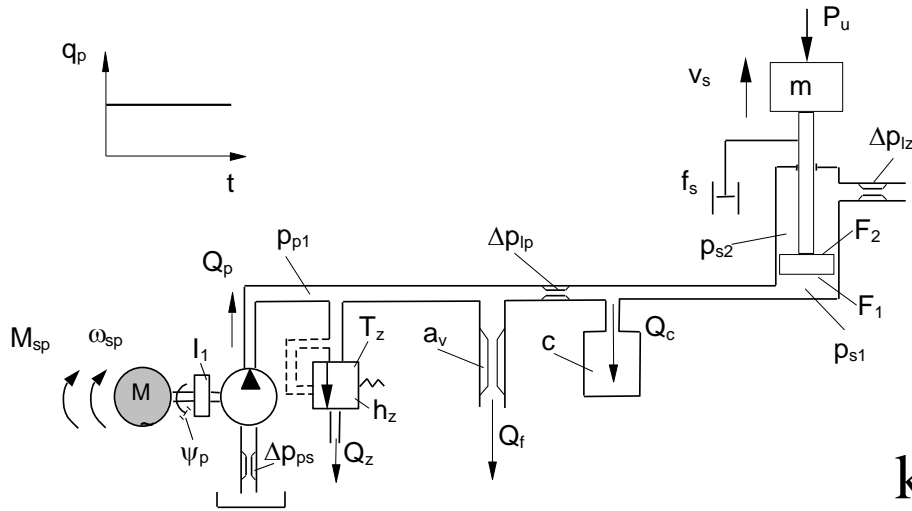
$$q_p \omega_{sp} - Q_z - a_v (p_{s1} + \Delta p_{lp}) - c \cdot \frac{dp_{s1}}{dt} - F_1 v_s = 0$$

$$\frac{dp_{s1}}{dt} = \frac{q_p}{c} \omega_{sp} - \frac{F_1}{c} v_s - \frac{a_v}{c} \cdot p_s - \frac{1}{c} Q_z - \frac{a_v \Delta p_{lp}}{c}$$

$$\frac{dp_{s1}}{dt} = a_{51} \cdot \omega_{sp} + a_{53} \cdot v_s + a_{55} \cdot p_{s1} + a_{56} \cdot Q_z + k_5 \quad (5)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



$$a_{65} = \frac{h_z}{T_z} = 6,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}^5 \text{ s}^{-2} \text{ N}^{-1}$$

$$a_{65} = -\frac{1}{T_z} = -100 \text{ s}^{-1}$$

$$k_6 = -\frac{h_z (p_z - \Delta p_{lp})}{T_z} = -6,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

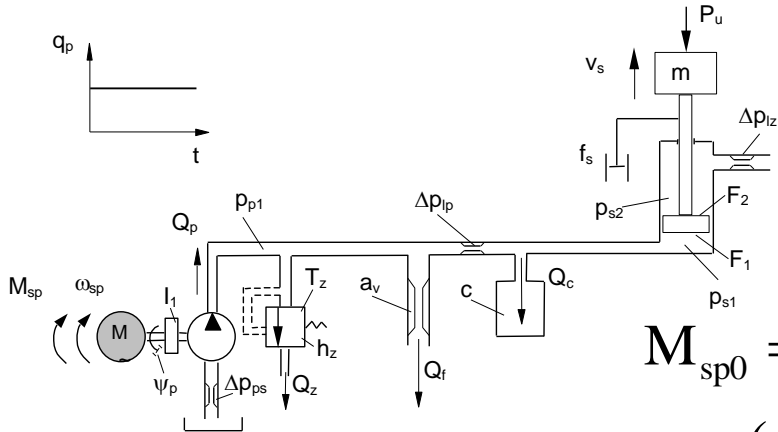
$$T_z \frac{dQ_z}{dt} + Q_z = h_z (p_{s1} + \Delta p_{pl} - p_z)$$

$$\frac{dQ_z}{dt} = \frac{h_z}{T_z} p_{s1} - \frac{1}{T_z} Q_z - \frac{h_z (p_z - \Delta p_{lp})}{T_z}$$

$$\frac{dQ_z}{dt} = a_{65} \cdot p_{s1} + a_{66} \cdot Q_z + k_6 \quad (6)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



Wartości początkowe dla chwili $t = 0$.

$$M_{sp0} = q_p \cdot p_{p0} + \Delta M_p =$$

$$= q_p (\Delta \Delta_{l1} + \Delta p_r + \Delta p_{14} - \Delta p_{ps}) + \psi_p \omega_{syn} = \mathbf{=5,7 \text{ Nm}}$$

$$\omega_{sp0} = \omega_{syn} - \frac{M_{sp0}}{M_{zn}} (\omega_{syn} - \omega_{zn}) = \mathbf{155,49 \text{ rad/s}}$$

$$\varphi_{sp0} = \mathbf{0} ; v_{s0} = \mathbf{0} ; x_{s0} = \mathbf{0} ;$$

$$p_{s10} = \mathbf{0} \text{ (tłok oparty na dnie cylindra) ;}$$

$$Q_{z0} = \mathbf{0} \text{ (zawór zamknięty)}$$

Warunki brzegowe:

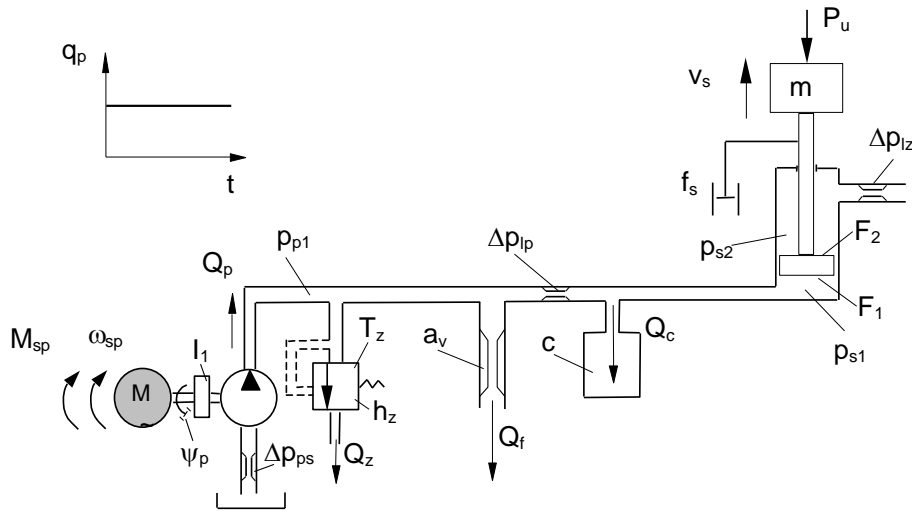
$$v_s \geq \mathbf{0} \quad \text{jeżeli } v_s < \mathbf{0}, \text{ to } v_s = \mathbf{0}$$

$$\text{jeżeli } v_s < \mathbf{0} \text{ i } t < t_{vsm1}, \text{ to } v_s = \mathbf{0}$$

$$Q_z \geq \mathbf{0} \quad \text{jeżeli } Q_z < \mathbf{0}, \text{ to } Q_z = \mathbf{0}$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem



Zmienne wyjściowe:

$$t_{(i)} = t_{(i-1)} + dt \quad (1)$$

$$M_{sp} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp} \quad (2)$$

$$N_{sp} = M_{sp} \omega_{sp} \quad (3)$$

$$N_s = mg v_s \quad (4)$$

$$\eta_c = \frac{N_s}{N_{sp}} \quad (5)$$

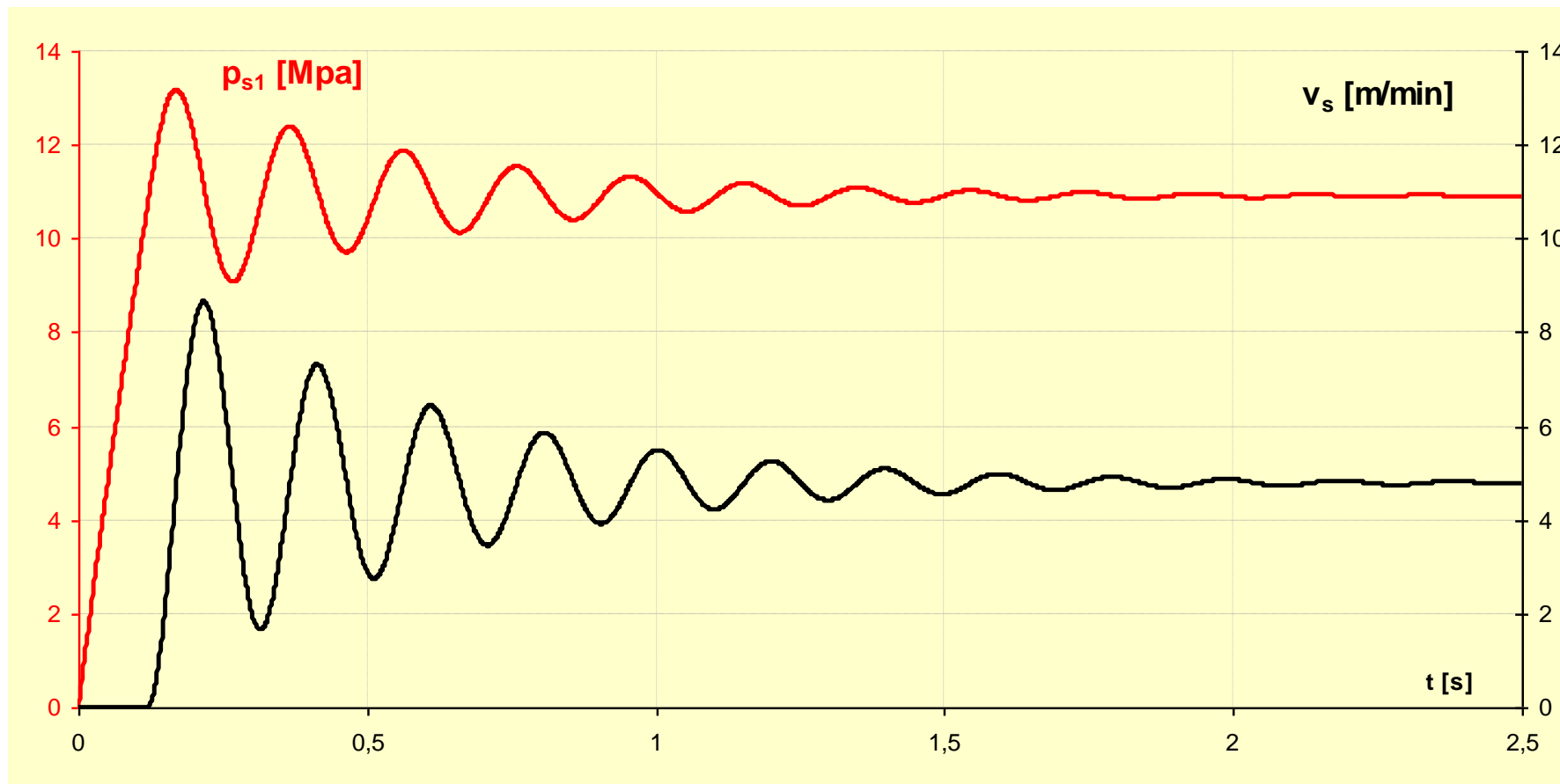
$$N_{tr} = N_{sp} - N_s \quad (6)$$

$$N_{trsr} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} N_{tr} \cdot dt}{t_2 - t_1} \quad (7)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu bez udziału zaworu ciśnieniowego

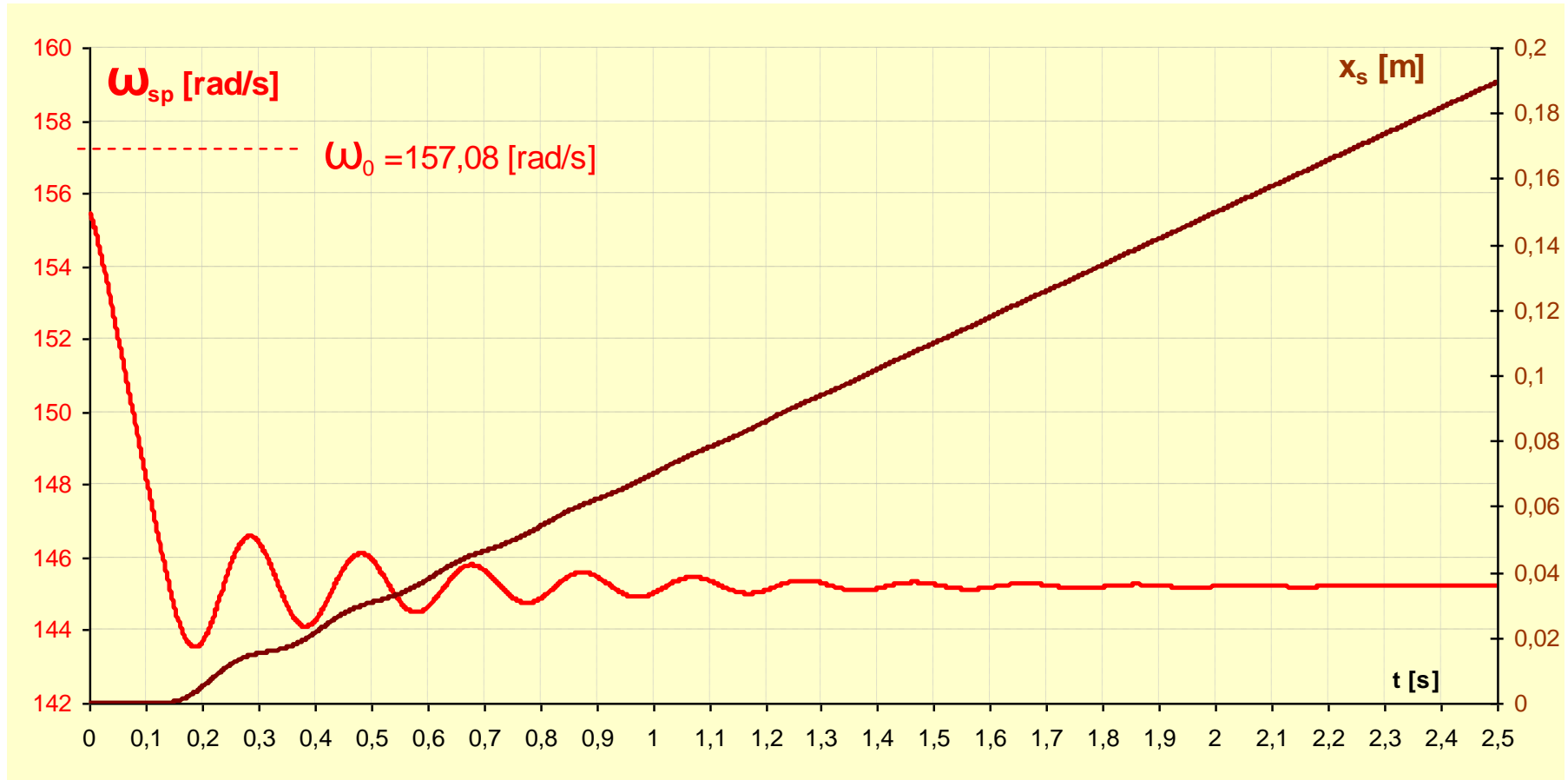


Przebiegi ciśnienia i prędkości siłownika

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu bez udziału zaworu ciśnieniowego

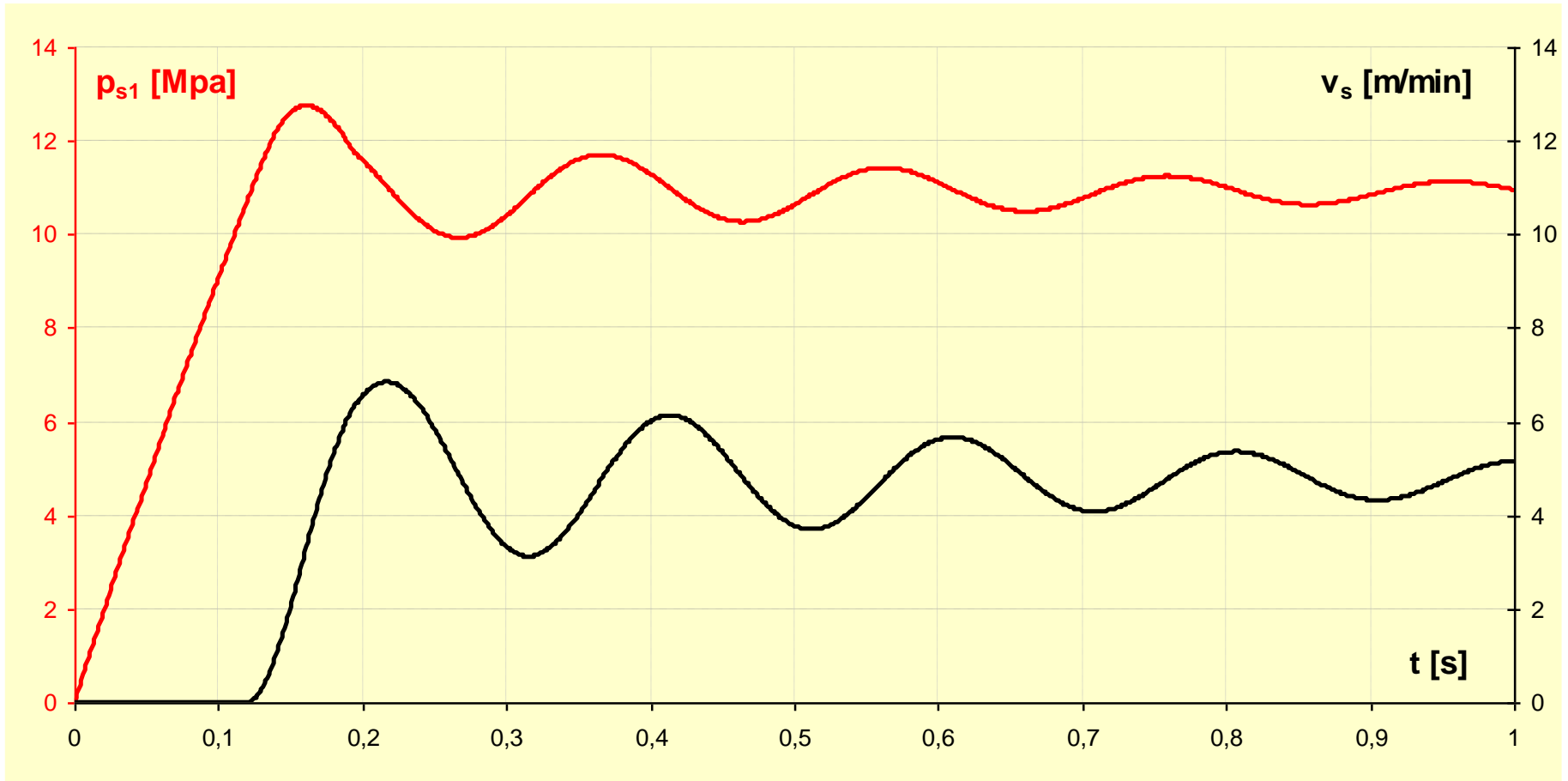


Przebiegi prędkości kątowej wału silnika elektrycznego
i przemieszczenia siłownika

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego

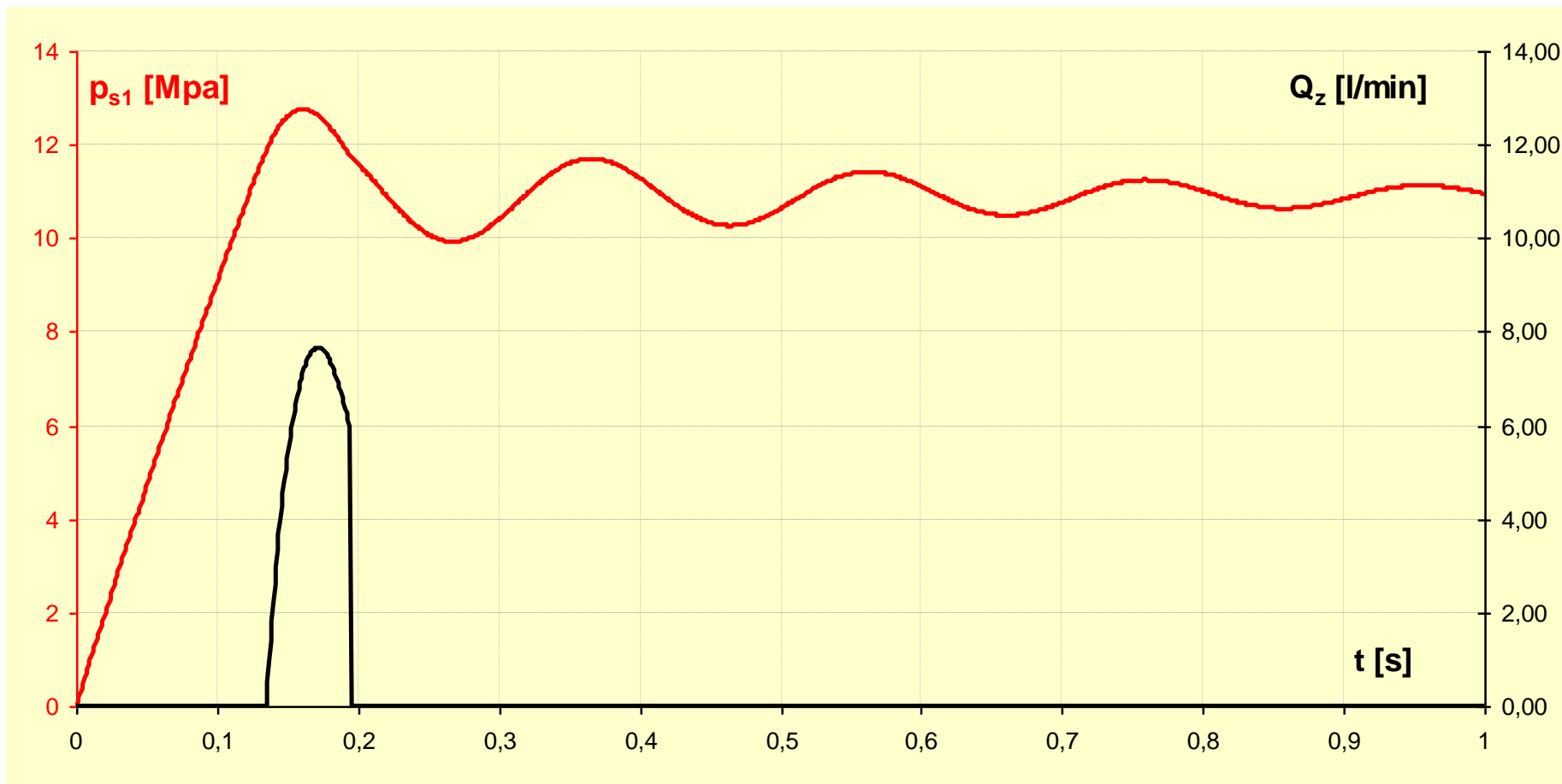


Przebiegi ciśnienia i prędkości siłownika

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego

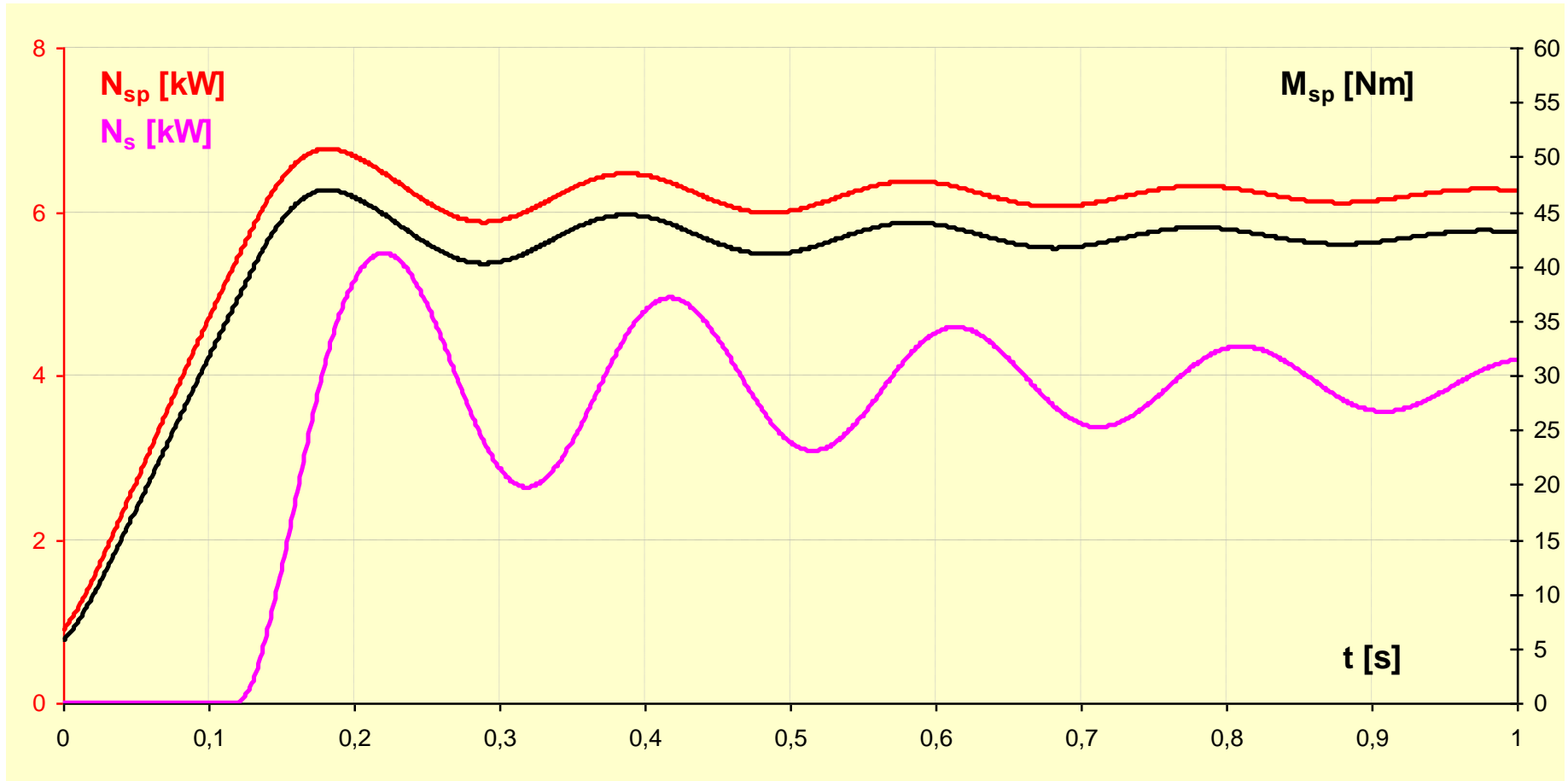


Przebieg ciśnienia w siłowniku i natężenia przepływu przez zawór ciśnieniowy

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



Przebiegi mocy i momentu obrotowego silnika pierwotnego oraz mocy siłownika

$$N_{sp} = M_{sp} \omega_{sp} \quad (3)$$

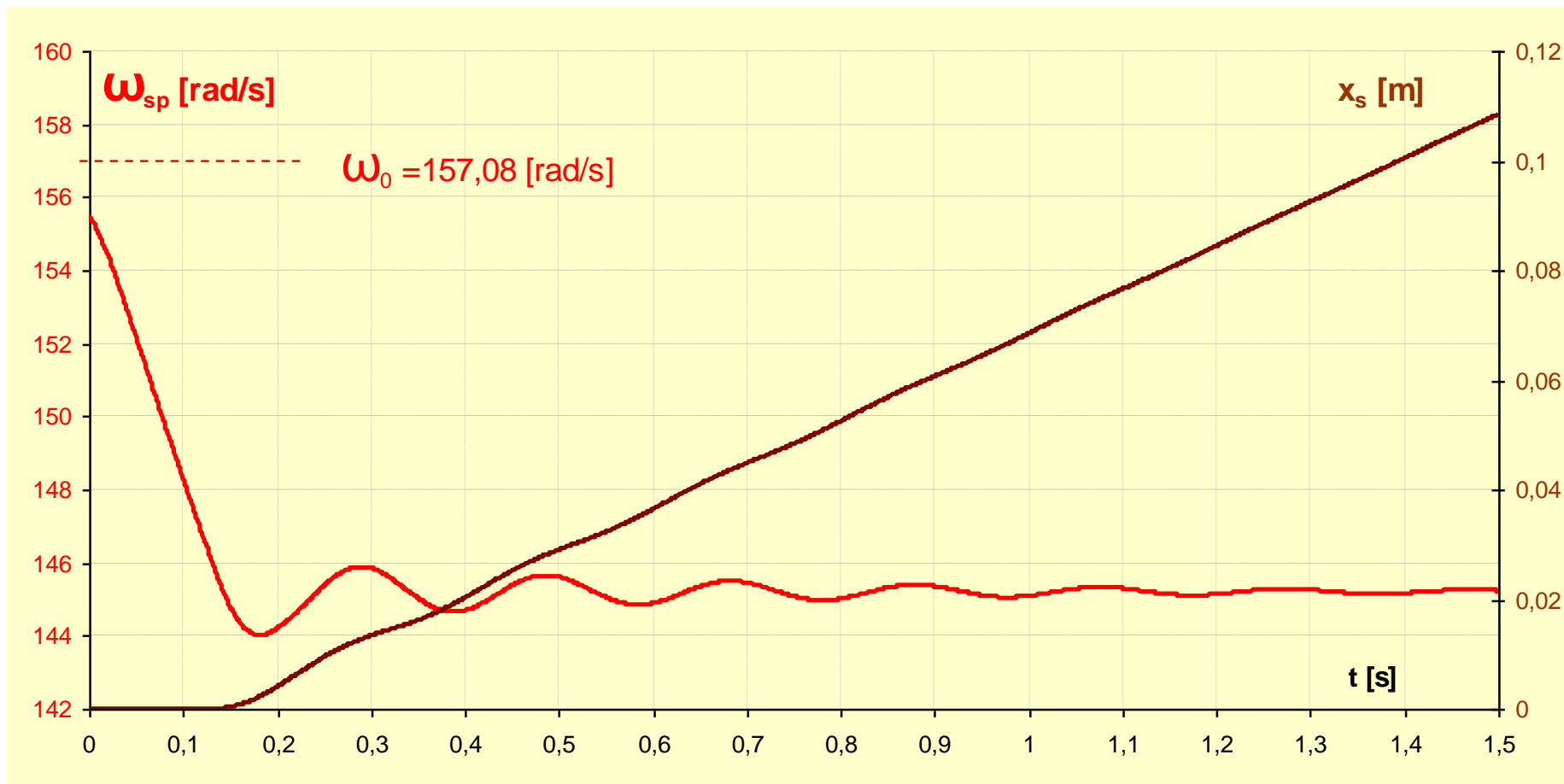
$$N_s = mg v_s \quad (4)$$

$$M_{sp} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp} \quad (2)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego

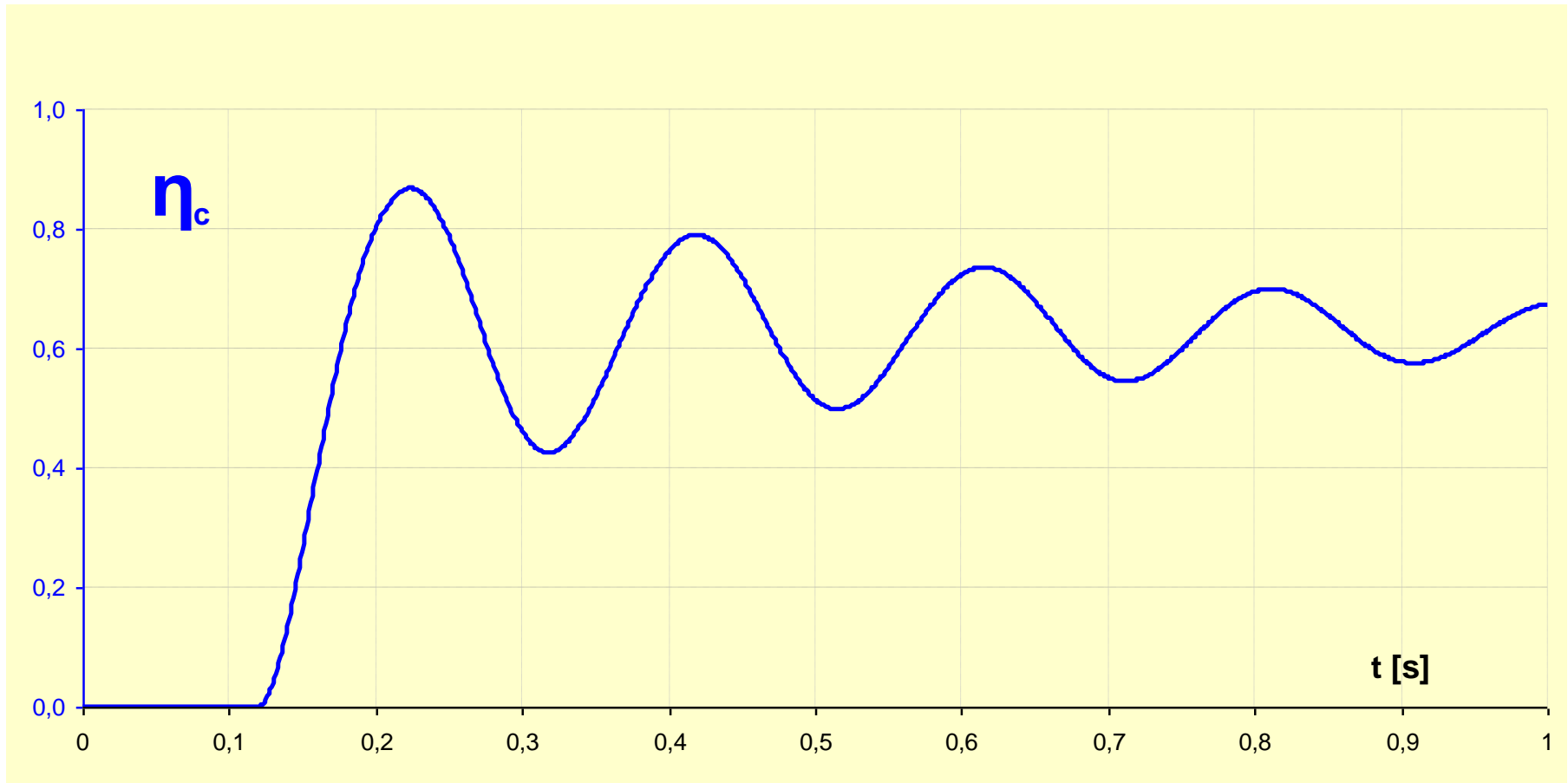


Przebiegi prędkości kątowej wału silnika elektrycznego i przemieszczenia siłownika

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



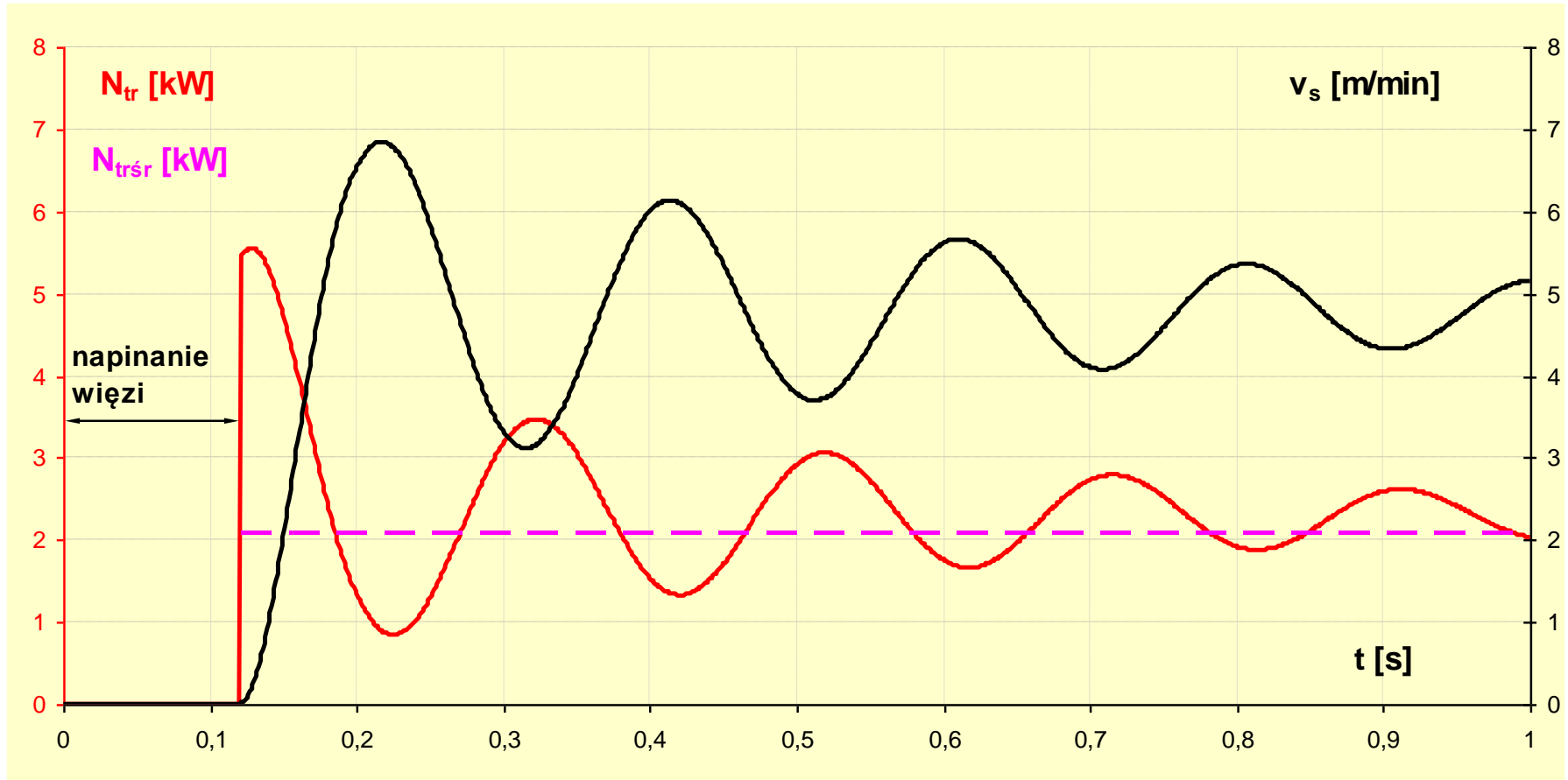
Przebieg sprawności całkowitej układu napędowego

$$\eta_c = \frac{N_s}{N_{sp}} \quad (5)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



Przebieg mocy traconej, mocy traconej średniej i prędkości siłownika

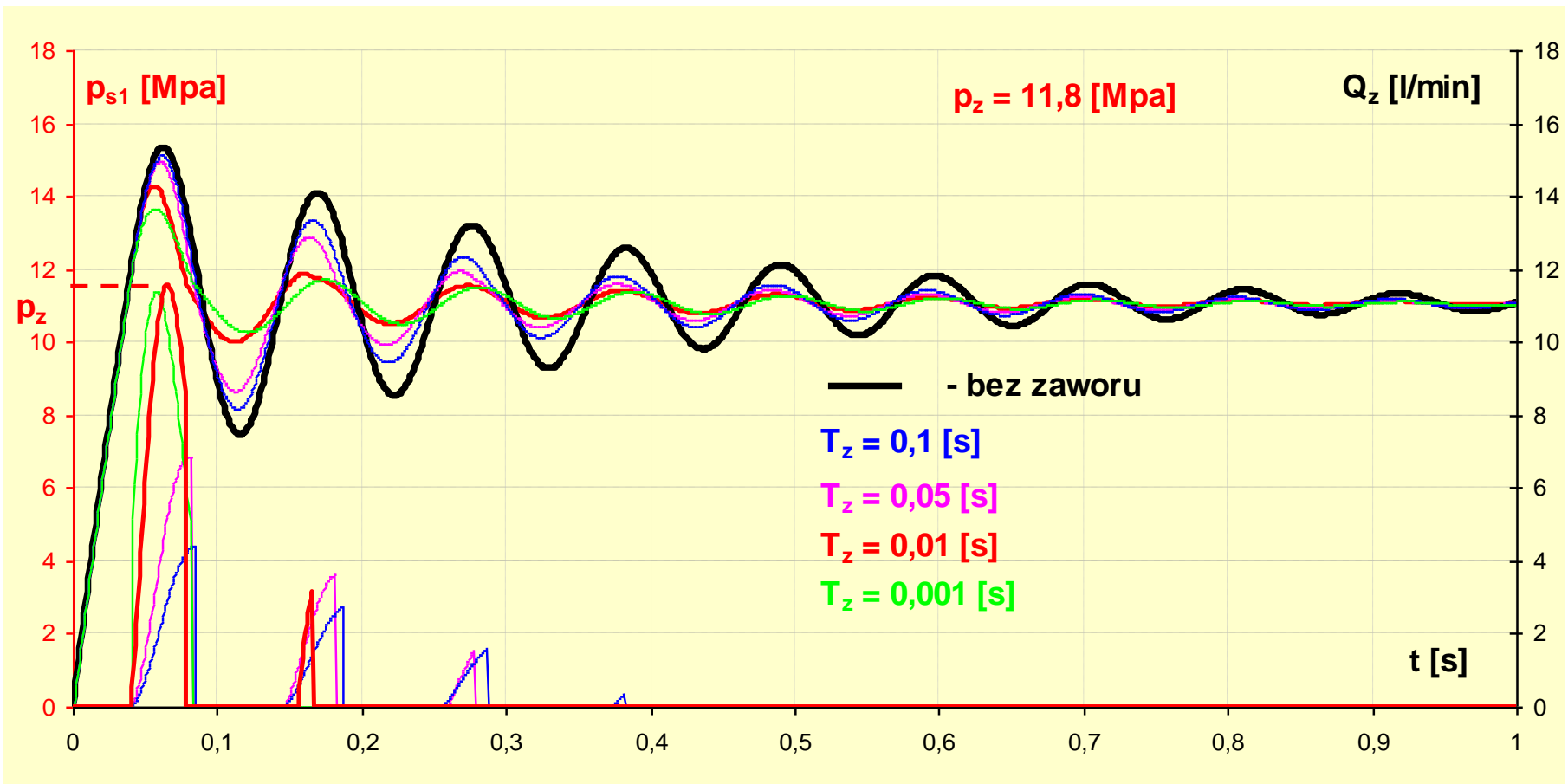
$$N_{tr} = N_{sp} - N_s \quad (6)$$

$$N_{trsr} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} N_{tr} \cdot dt}{t_2 - t_1} \quad (7)$$

2. Dynamika i symulacja pracy napędu hydrostatycznego

2.1. Napęd o obiegu otwartym sterowany rozdzielaczem

Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



Wpływ stałej czasowej zaworu na przebieg ciśnienia dla układu o małej pojemności hydraulicznej $c = 1,5 \cdot 10^{-12}$ [m⁵N⁻¹]