



***Politechnika Łódzka***  
***Wydział Mechaniczny***

***Katedra Maszyn Roboczych,  
Napędów i Sterowania***



***Jerzy TOMCZYK***

# ***NAPĘD HYDROSTATYCZNY***

Łódź, 2013



# NAPĘD HYDROSTATYCZNY



## Literatura przedmiotu

### Podstawowa:

1. Cink J. Tomczyk J. Wolski T.: Hydrostatyczne układy napędowe maszyn roboczych. Skrypt P.Ł. Łódź, 1993.
2. Tomczyk J.: Podstawy napędów. Zbór zadań z podstawami obliczeń. Wydawnictwo PŁ, 2003..
3. Stryczek Stefan : Napęd hydrostatyczny. WNT W-wa 1984
4. Tomczyk J. i inn.: Instrukcje laboratorium napędów hydrostatycznych. Wydawnictwo Zakładu Maszyn Roboczych i Napędów Hydraulicznych IKM PŁ. Łódź, 1995.

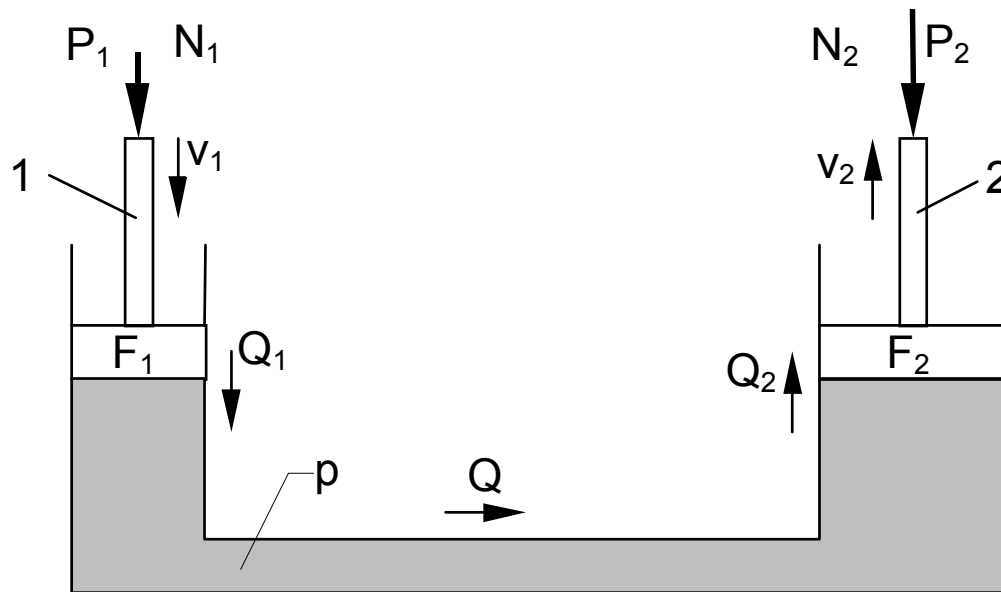
### Uzupełniająca:

1. Tomczyk J: Modele dynamiczne elementów i układów napędów hydrostatycznych. WNT, Warszawa 1999
2. Pizoń A.: Elektrohydrauliczne, analogowe i cyfrowe układy automatyki. WNT, Warszawa 1995
2. Garbacik A.: Studium projektowania układów hydraulicznych. Zakład Narodowy im. Ossolińskich Wydawnictwo. Kraków 1997.

**Zaliczenie wykładu:** Kolokwium pisemne przed końcem wykładu. Jedna godzina, dwa tematy lub pytania (łącznie).

## 2. Zasada działania, podstawowe cechy i własności napędów hydrostatycznych.

### Zasada działania liniowego napędu hydrostatycznego



$$p = \frac{P_2}{F_2} \quad (1)$$

$$P_1 = p \cdot F_1 \quad (2)$$

$$i_d = \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} \quad (3)$$

Schemat idealnego, liniowego napędu hydrostatycznego

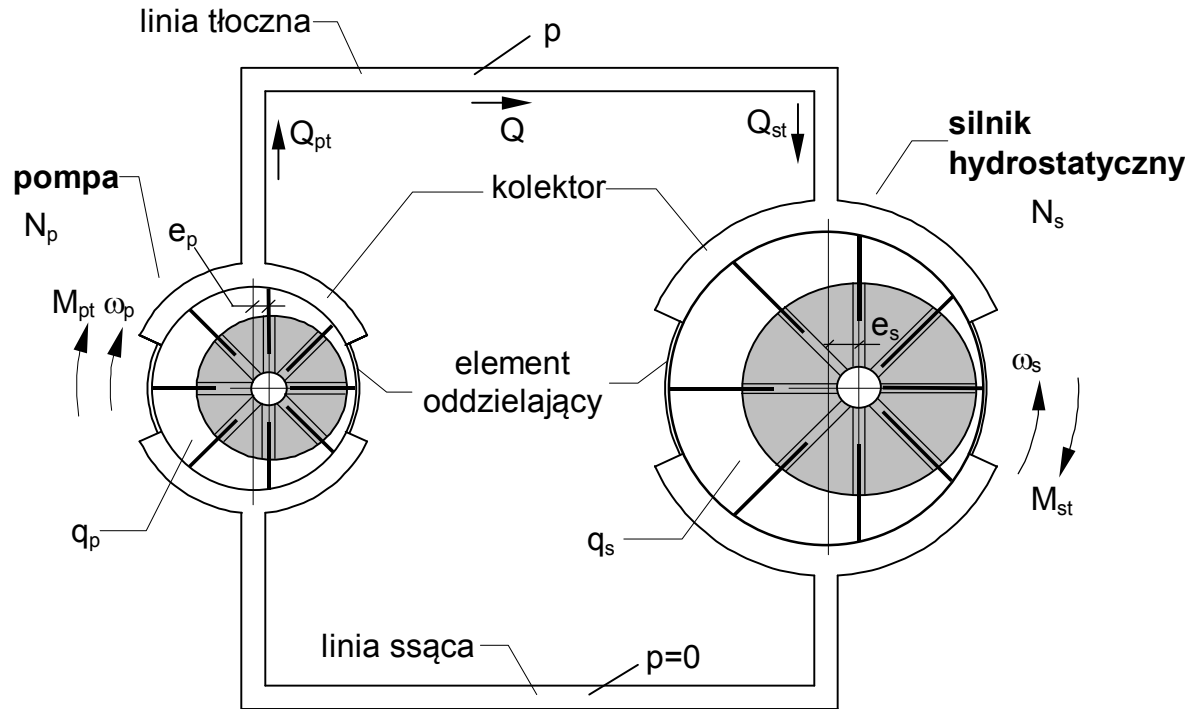
$$Q_1 = F_1 \cdot v_1 = Q_2 = F_2 \cdot v_2 = Q \quad (4) \quad i_k = \frac{v_1}{v_2} = \frac{F_2}{F_1} = i_d = i_F \quad (5)$$

$$N_1 = P_1 \cdot v_1 \quad (6) \quad N_1 = P_1 \cdot v_1 = p \cdot F_1 \cdot \frac{Q}{F_1} = p \cdot Q = \frac{P_2}{F_2} \cdot v_2 \cdot F_2 = P_2 \cdot v_2 = N_2 = N \quad (7)$$

$$N = p \cdot Q \quad (8)$$

## 2. Zasada działania, podstawowe cechy i własności napędów hydrostatycznych.

### Zasada działania napędu hydrostatycznego z elementami obrotowymi



$$p_s = \frac{M_{st}}{q_s} = p = p_p \quad (9)$$

$$M_{pt} = p_p \cdot q_p \quad (10)$$

$$i_d = \frac{M_{st}}{M_{pt}} = \frac{q_s}{q_p} = i_q \quad (11)$$

$$Q_{pt} = \omega_p q_p \quad (12)$$

Schemat idealnego napędu hydrostatycznego z obrotowymi elementami napędowymi

$$Q_{pt} = \omega_p q_p = Q_{st} = \omega_s q_s = Q \quad (13)$$

$$\omega_s = \frac{Q_{st}}{q_s} = \frac{\omega_p q_p}{q_s} \quad (14) \quad i_k = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{q_s}{q_p} = i_d = i_q \quad (15)$$

$$N_p = M_{pt} \omega_p = p q_p \frac{Q}{q_p} = p Q = M_{st} \omega_s = N_s = N \quad (16)$$

$$N = p \cdot Q \quad (17)$$










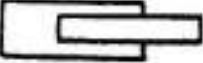
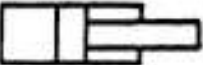
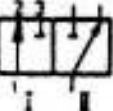
### **Własności napędów hydrostatycznych.**

Z analizy schematów wynikają następujące własności napędu hydrostatycznego:

1. Łatwa transmisja mocy.
2. Duża dowolność usytuowania elementu napędzającego i pędzonego (pompy i silnika).
3. Możliwość wywierania sił i momentów obrotowych o dużych wartościach.
4. Łatwość zmiany kierunku ruchu silnika hydraulicznego.
5. Łatwość uzyskania płynnego sterowania prędkością ruchu.
6. Możliwość zamiany funkcji elementów hydrostatycznych (pompa - silnik) i związana z tym możliwość zmiany kierunku przepływu mocy.

### 3. Symbole elementów hydrostatycznych i zasady tworzenia schematów hydraulicznych.

#### Symbole elementów hydrostatycznych

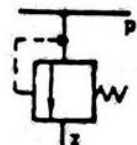
	przewód obwodu roboczego,
	połączenie przewodów,
	przewód obwodu sterowania,
	przewód odprowadzania nieszczelności wewn.,
	odcięcie przewodu lub drogi przelotowej,
	pompa o jednym kierunku przepływu i stałej wydajności,
	pompa o dwóch kierunkach przepływu i zmiennej wydajności,
	silnik hydrostatyczny o dwóch kierunkach przepływu i stałej wydajności jednostkowej,
	jednostka hydrostatyczna pompa - silnik o dwukierunkowym przepływie i zmiennej pojemności jednostkowej,
	silnik liniowy, siłownik jednostronnego działania, nurnikowy,
	siłownik dwustronnego działania,
	rozdzielacz dwupołożeniowy (pozycje I, II), sterowany ręcznie, utrzymywany za pomocą sprężyn w położeniu środkowym,

### 3. Symbole elementów hydrostatycznych i zasady tworzenia schematów hydraulicznych.

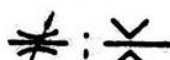
---



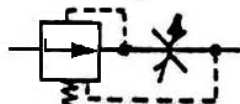
rozdzielacz trójpołożeniowy, czterodrogowy, sterowany ręcznie, utrzymywany za pomocą sprężyn w położeniu środkowym,



zawór ciśnieniowy,



zawory dławiące: nastawny o oporze lepkościowym i mienastawny (kryza),



zawór regulacji natężenia przepływu,



zawór zwrotny,



zawór odcinający,



filtr,



chłodnica,



zbiornik cieczy roboczej,



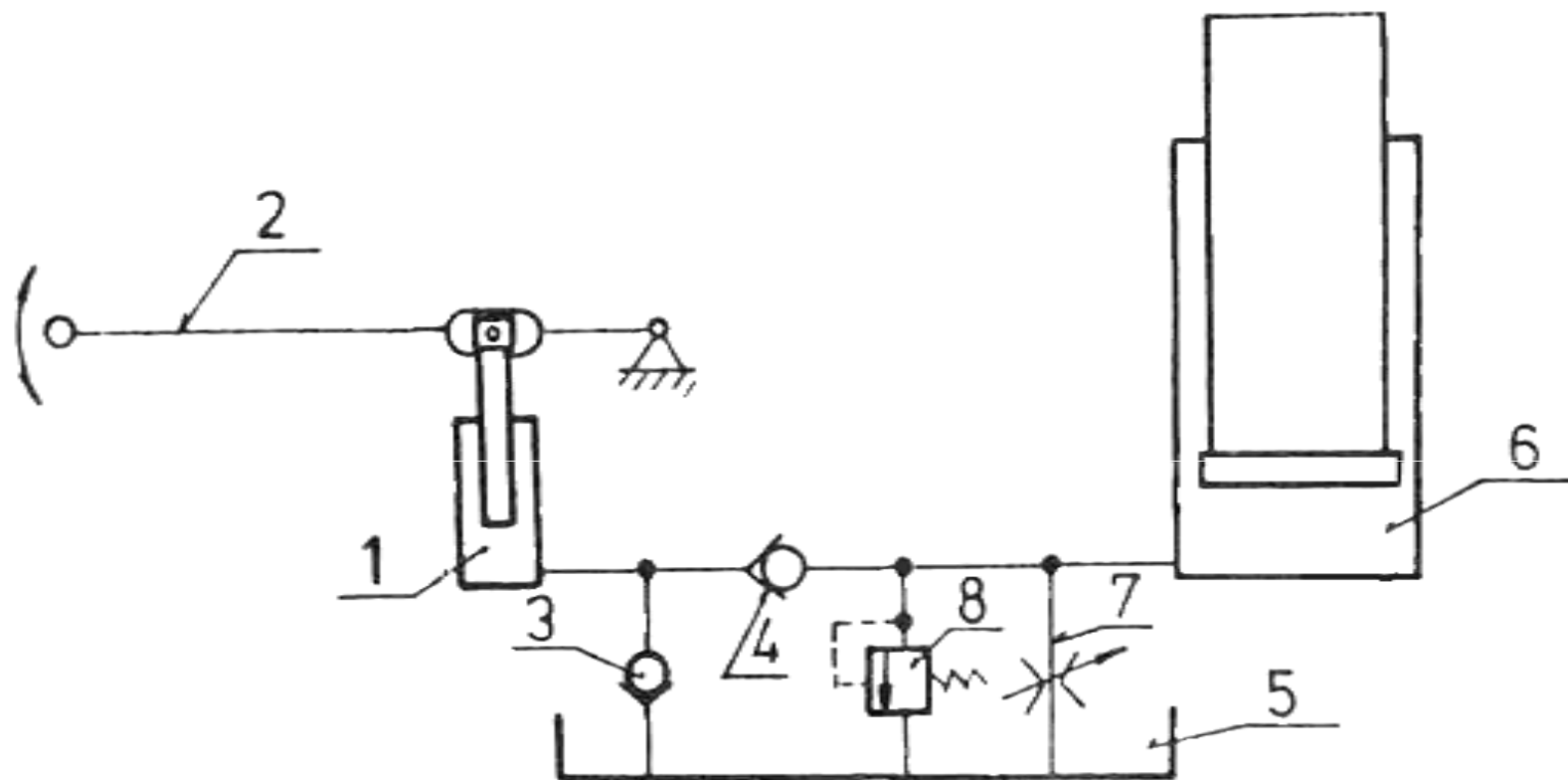
sterowanie hydrauliczne, elektryczne i mechaniczne z rolką,



przyrządy pomiarowe: manometr, przepływomierz i termometr.

### 3. Symbole elementów hydrostatycznych i zasady tworzenia schematów hydraulicznych.

---



**Schemat hydrauliczny podnośnika**



#### 4. Sprawność, przełożenie kinematyczne i dynamiczne, transmisja mocy

---

$\eta_h$  - sprawność hydrauliczna, związana z oporami przepływu cieczy roboczej w kanałach elementów i przewodach,

$\eta_m$  - sprawność mechaniczna związana z tarciem mechanicznym elementów,

$\eta_{mh}$  - sprawność mechaniczno-hydrauliczna, stosowana dla elementów dla których trudno jest dokonać pomiaru poszczególnych rodzajów ww. sprawności,

$\eta_v$  - sprawność objętościowa (wolumetryczna), związana z natężeniami przepływów w uszczelnieniach ruchowych elementów hydraulicznych zwanych również przeciekami wewnętrznymi.

$$\eta_h = \frac{p_{wy}}{p_{we}} = \frac{p_{we} - \Delta p}{p_{we}} = 1 - \frac{\Delta p}{p_{we}} \quad (1) \quad \eta_{hl} = \frac{p_s}{p_p} = \frac{p_p - \Delta p_l}{p_p} = 1 - \frac{\Delta p_l}{p_p} \quad (2)$$

$$\eta_{mhp} = \frac{M_{pt}}{M_p} = \frac{M_{pt}}{M_{pt} + \Delta M_p} = \frac{q_p \cdot p_p}{q_p \cdot p_p + \Delta M_p} = \frac{q_p \cdot p_p}{M_p} \quad (3)$$

#### 4. Sprawność, przełożenie kinematyczne i dynamiczne, transmisja mocy

---

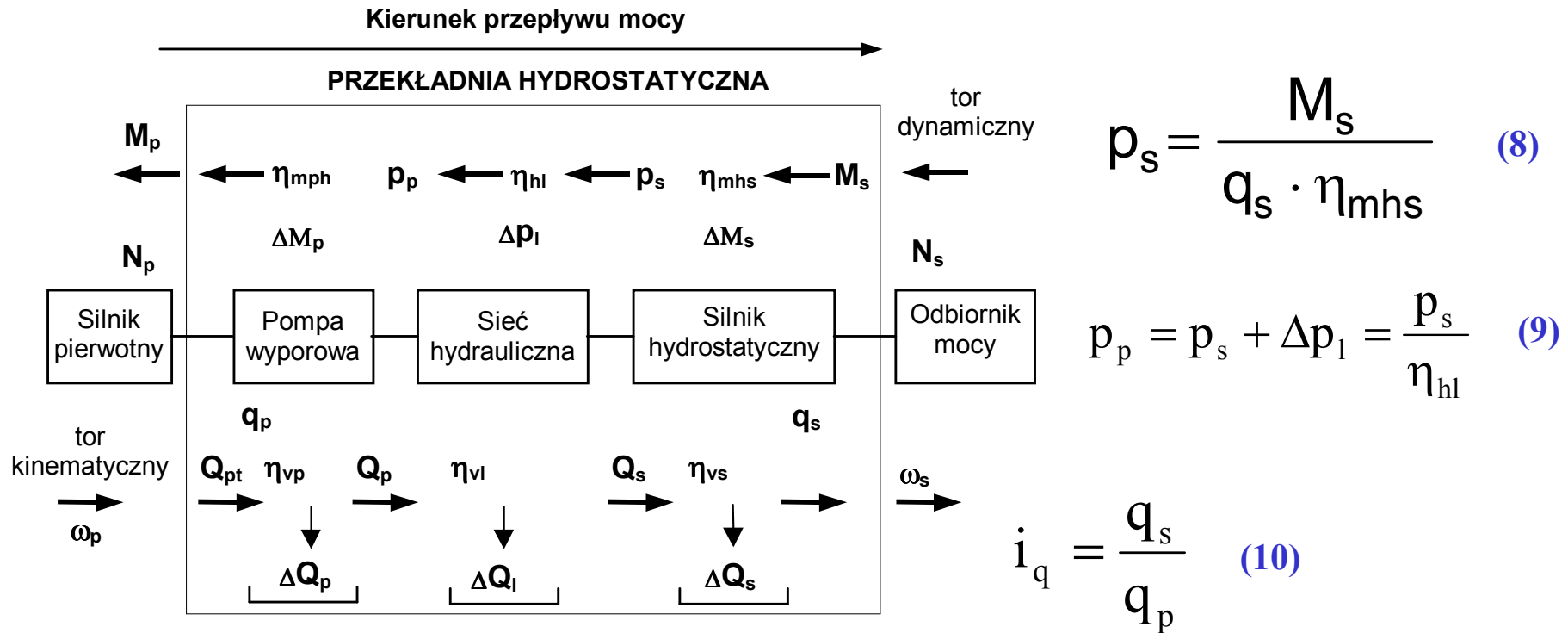
$$\eta_{mhs} = \frac{M_s}{M_{st}} = \frac{M_{st} - \Delta M_s}{M_{st}} = 1 - \frac{\Delta M_s}{q_s \cdot p_s} = \frac{M_s}{q_s \cdot p_s} \quad (4)$$

$$\eta_v = \frac{Q_{wy}}{Q_{we}} = \frac{Q_{we} - \Delta Q}{Q_{we}} = 1 - \frac{\Delta Q}{Q_{we}} \quad (5)$$

$$\eta_{vp} = \frac{Q_p}{Q_{pt}} = \frac{Q_{pt} - \Delta Q_p}{Q_{pt}} = 1 - \frac{\Delta Q_p}{q_p \cdot \omega_p} = \frac{Q_p}{q_p \cdot \omega_p} \quad (6)$$

$$\eta_{vs} = \frac{Q_{st}}{Q_s} = \frac{Q_{st}}{Q_{st} + \Delta Q_s} = \frac{q_s \cdot \omega_s}{q_s \cdot \omega_s + \Delta Q_s} = \frac{q_s \cdot \omega_s}{Q_s} \quad (7)$$

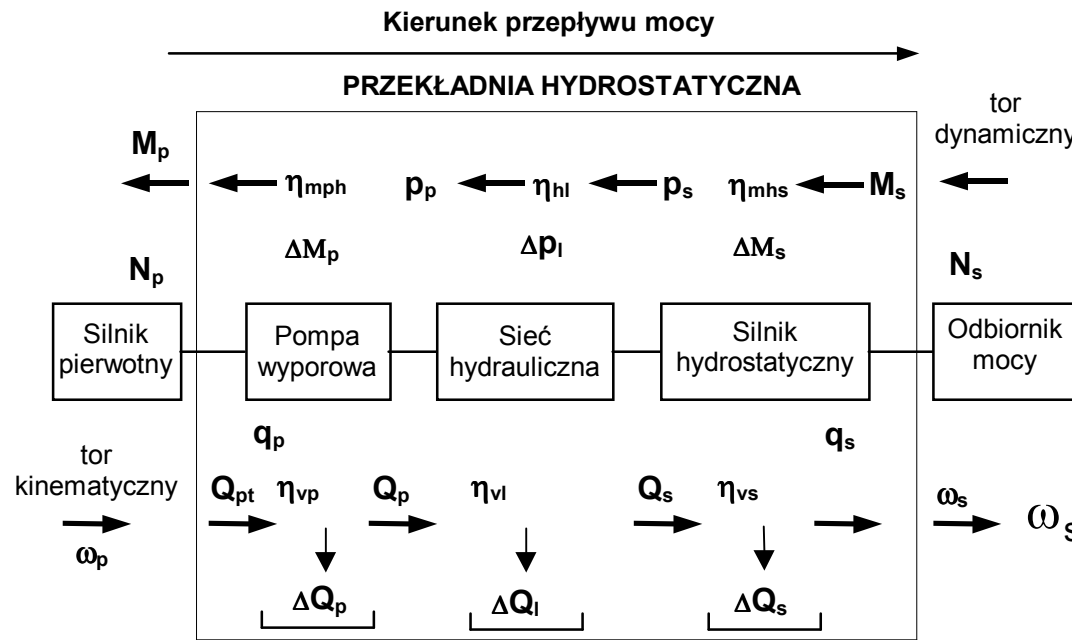
#### 4. Sprawność, przełożenie kinematyczne i dynamiczne, transmisja mocy



$$M_p = \frac{p_p \cdot q_p}{\eta_{mhp}} = \frac{p_s \cdot q_p}{\eta_{hl} \cdot \eta_{mhp}} = \frac{M_s \cdot q_p}{q_s \cdot \eta_{mhs} \cdot \eta_{hl} \cdot \eta_{mhp}} = \frac{M_s}{\frac{q_s}{q_p} \cdot \eta_{mh}} = \frac{M_s}{i_q \cdot \eta_{mh}} \quad (11)$$

$$\eta_{mh} = \eta_{mhp} \eta_{hl} \eta_{mhs} \quad (12) \quad i_d = \frac{M_s}{M_p} = \frac{q_s}{q_p} \cdot \eta_{mh} = i_q \cdot \eta_d \quad (13)$$

## 4. Sprawność, przełożenie kinematyczne i dynamiczne, transmisja mocy



$$\text{tor dynamiczny } Q_p = Q_{pt} - \Delta Q_p = Q_{pt} \cdot \eta_{vp} \quad (14)$$

$$Q_s = Q_p - \Delta Q_l = Q_p \cdot \eta_{vl} \quad (15)$$

$$\omega_s = \frac{Q_s - \Delta Q_s}{q_s} = \frac{Q_s \cdot \eta_{vs}}{q_s} = \frac{Q_{st}}{q_s} \quad (16)$$

$$\omega_s = \frac{Q_{pt} \cdot \eta_{vp} \cdot \eta_{vl} \cdot \eta_{vs}}{q_s} = \frac{Q_{pt} \cdot \eta_v}{q_s} \quad (17)$$

$$\eta_v = \eta_{vp} \cdot \eta_{vl} \cdot \eta_{vs} = \eta_k \quad (18)$$

$$i_k = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{q_s}{q_p \cdot \eta_v} = \frac{i_q}{\eta_v} = \frac{i_q}{\eta_k} \quad (19)$$

#### 4. Sprawność, przełożenie kinematyczne i dynamiczne, transmisja mocy

---

$$\begin{aligned} N_s &= M_s \cdot \omega_s = p_s \cdot q_s \cdot \eta_{mhs} \cdot \frac{Q_s \cdot \eta_{vs}}{q_s} = p_p \cdot \eta_{hl} \cdot \eta_{mhs} \cdot Q_p \cdot \eta_{vl} \cdot \eta_{vs} = \\ &= \frac{M_p}{q_p} \cdot \eta_{mhp} \cdot \eta_{hl} \cdot \eta_{mhs} \cdot q_p \cdot \omega_p \cdot \eta_{vp} \cdot \eta_{vl} \cdot \eta_{vs} = M_p \cdot \omega_p \cdot \eta_{mh} \cdot \eta_v = N_p \cdot \eta_c \end{aligned} \quad (20)$$

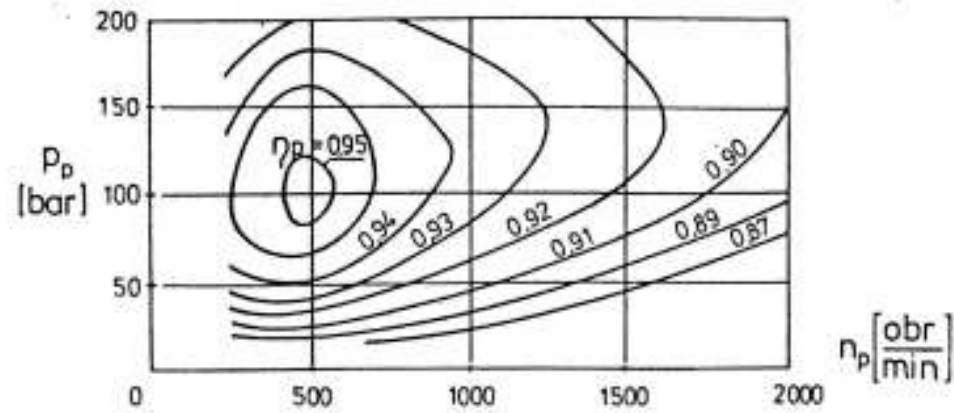
$$\eta_c = \eta_{mh} \cdot \eta_v = \eta_d \cdot \eta_k \quad (21) \quad N_s = N_p \cdot \eta_p \cdot \eta_s \cdot \eta_l \quad (22)$$

$$\eta_p = \eta_{mhp} \cdot \eta_{vp} = \frac{q_p \cdot p_p}{M_p} \cdot \frac{Q_p}{q_p \cdot \omega_p} = \frac{Q_p \cdot p_p}{M_p \cdot \omega_p} \quad (23)$$

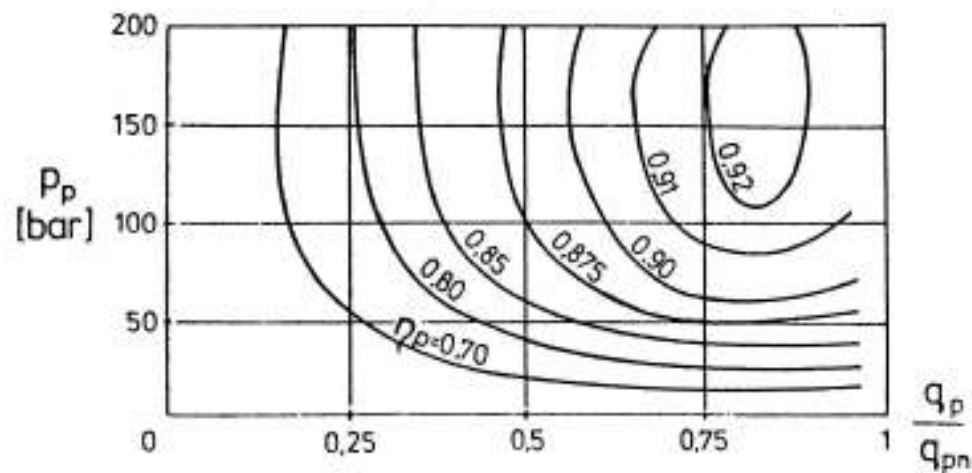
$$\eta_s = \eta_{mhs} \cdot \eta_{vs} = \frac{M_s}{q_s \cdot p_s} \cdot \frac{q_s \cdot \omega_s}{Q_s} = \frac{M_s \cdot \omega_s}{Q_s \cdot p_s} \quad (24)$$

$$\eta_l = \frac{Q_s \cdot p_s}{Q_p \cdot p_p} \quad (25)$$

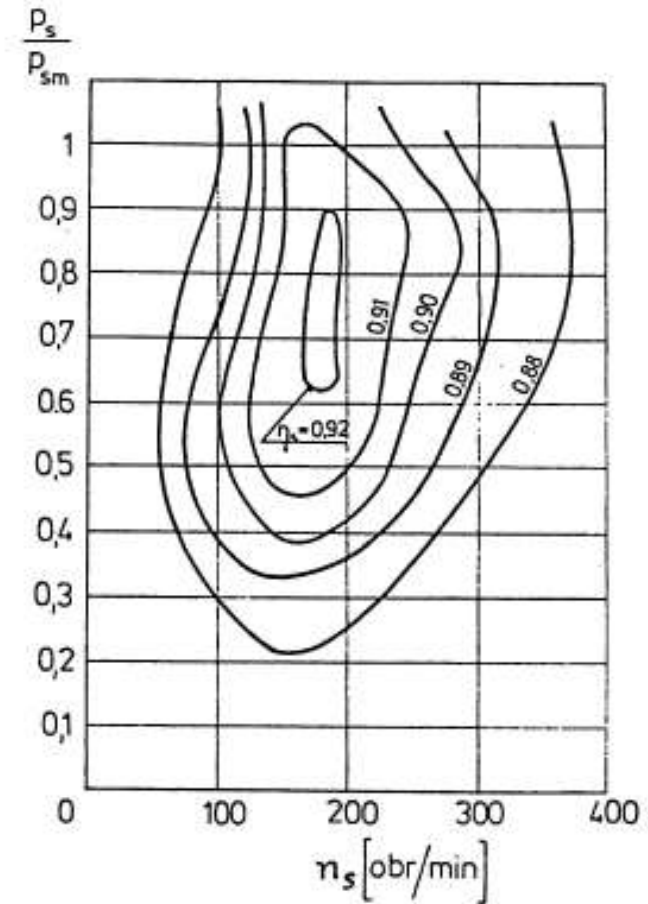
## 5. Sprawność pomp i silników hydrostatycznych



**Sprawność całkowita pompy o stałej wydajności**

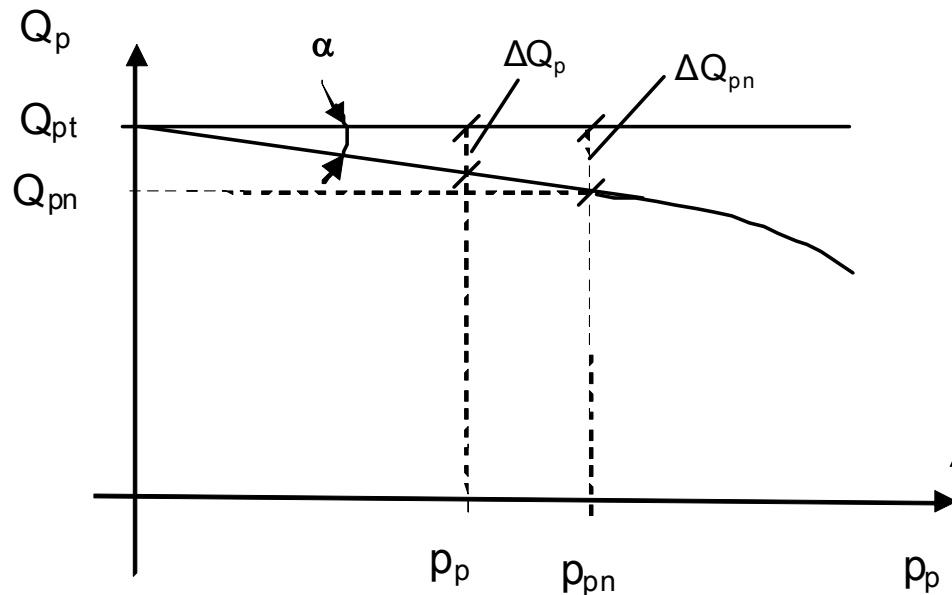


**Sprawność całkowita pompy o zmiennej wydajności**



**Sprawność całkowita silnika wolnobieżnego**

## 5. Sprawność pomp i silników hydrostatycznych



$$\eta_{mhp} = \frac{\eta_{cp}}{\eta_{vp}} \quad (1)$$

$$\Delta Q_p = p_p \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (2)$$

$$\Delta Q_{pn} = \operatorname{tg} \alpha \cdot p_{pn} = a_{vp} \cdot p_{pn} \quad (3)$$

$$\Delta Q_{pn} = (1 - \eta_{vp}) \cdot Q_{pn} \quad (4)$$

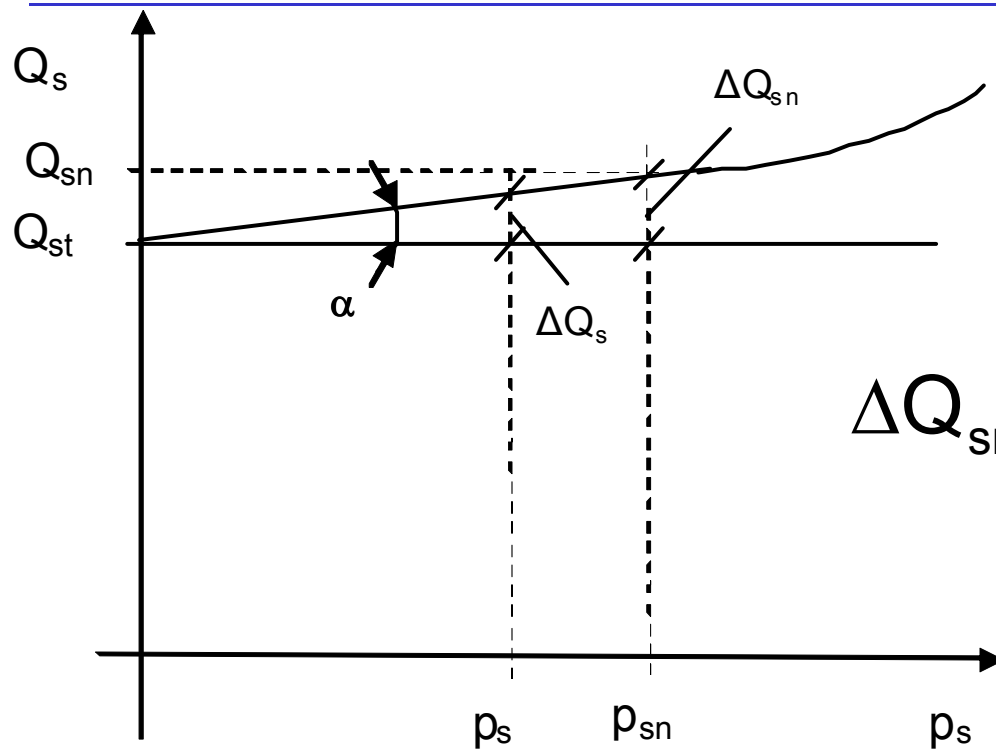
**Wydajność pompy w funkcji ciśnienia**

$$a_{vp} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta Q_{pn}}{p_{pn}} = \frac{(1 - \eta_{vp}) \cdot \omega_{pn} \cdot q_p}{p_{pn}} \quad (5)$$

$$\eta_{vp} = \frac{Q_p}{Q_{pt}} = \frac{Q_{pt} - \Delta Q_{pn}}{Q_{pt}} = \frac{\omega_{pn} \cdot q_p - p_{pn} \cdot a_{vp}}{\omega_{pn} \cdot q_p} \quad (5a)$$

$$Q_p = Q_{pt} - \Delta Q_{pn} = \omega_p \cdot q_p - p_p \cdot a_{vp} = \omega_p \cdot q_p \cdot \eta_{vp} \quad (5b)$$

## 5. Sprawność pomp i silników hydrostatycznych



Dla silnika hydrostatycznego:

$$\eta_{mhs} = \frac{\eta_{cs}}{\eta_{vs}} \quad (6)$$

$$\Delta Q_{sn} = \operatorname{tg} \alpha \cdot p_{sn} = a_{vs} \cdot p_{sn} \quad (7)$$

$$a_{vs} = \frac{\Delta Q_{sn}}{p_{sn}} \quad (7a)$$

Wydajność silnika w funkcji ciśnienia

$$\eta_{vs} = \frac{Q_{st}}{Q_s} = \frac{Q_{st}}{Q_{st} + \Delta Q_{sn}} = \frac{q_s \cdot \omega_{sn}}{q_s \cdot \omega_{sn} + a_{vs} \cdot p_{sn}} \quad (7b)$$

$$Q_s = Q_{st} + \Delta Q_s = \omega_s \cdot q_s + p_s \cdot a_{vs} = \frac{\omega_s \cdot q_s}{\eta_{vs}} \quad (7c)$$



$$\Delta p_l = \sum_{i=1}^p \Delta p_{pi} + \sum_{i=1}^m \Delta p_{mi} + \sum_{i=1}^z \Delta p_{zi} \quad (8)$$

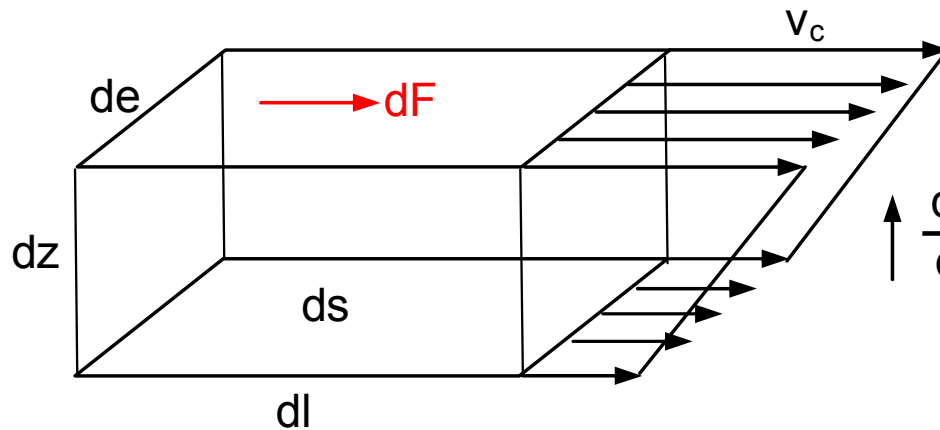
Wzór Hagen-Poiseuille'a:

Współczynnik lepkości dynamicznej  $\mu$

$$\Delta p_p = \frac{32 \cdot \mu \cdot l}{d^2} \cdot v_c \quad (9)$$

$$\mu = \rho_c \cdot \nu \quad (10)$$

$$dF = \mu \cdot ds \cdot \frac{dv_c}{dz} \quad (11)$$



$$\mu = \frac{dF}{ds \cdot \frac{dv_c}{dz}}; \left[ \frac{g \cdot \frac{cm}{s^2}}{cm^2 \frac{cm}{s \cdot cm}} = \frac{g}{cm \cdot s} = 1 \text{ poise} \right] \quad (12)$$

Współczynnik lepkości kinematycznej  $\nu$ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}; \left[ \frac{\frac{g}{cm \cdot s}}{\frac{g}{cm^3}} = \frac{cm^2}{s} = 1 \text{ St (stoke)} \right] \quad (13)$$

Wzór Hagen-Poiseuille'a sprowadzamy do postaci Darcy'ego:

$$\Delta p_p = \frac{32 \cdot \rho \cdot \nu \cdot l}{d^2} \cdot v_c \cdot \left[ \frac{2 \cdot v_c}{2 \cdot v_c} \right] \quad (14)$$

$$\Delta p_p = \frac{64 \cdot \nu \cdot l}{v_c \cdot d^2} \cdot \frac{\rho \cdot v_c^2}{2} \quad (15)$$

$$Re = \frac{v_c \cdot d}{\nu} \quad (16)$$

$$\Delta p_p = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v_c^2}{2} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v_c^2}{2} \quad (17)$$

$$\Delta p_p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot v_c^2 \quad (18)$$

Krytyczna liczba Reynoldsa

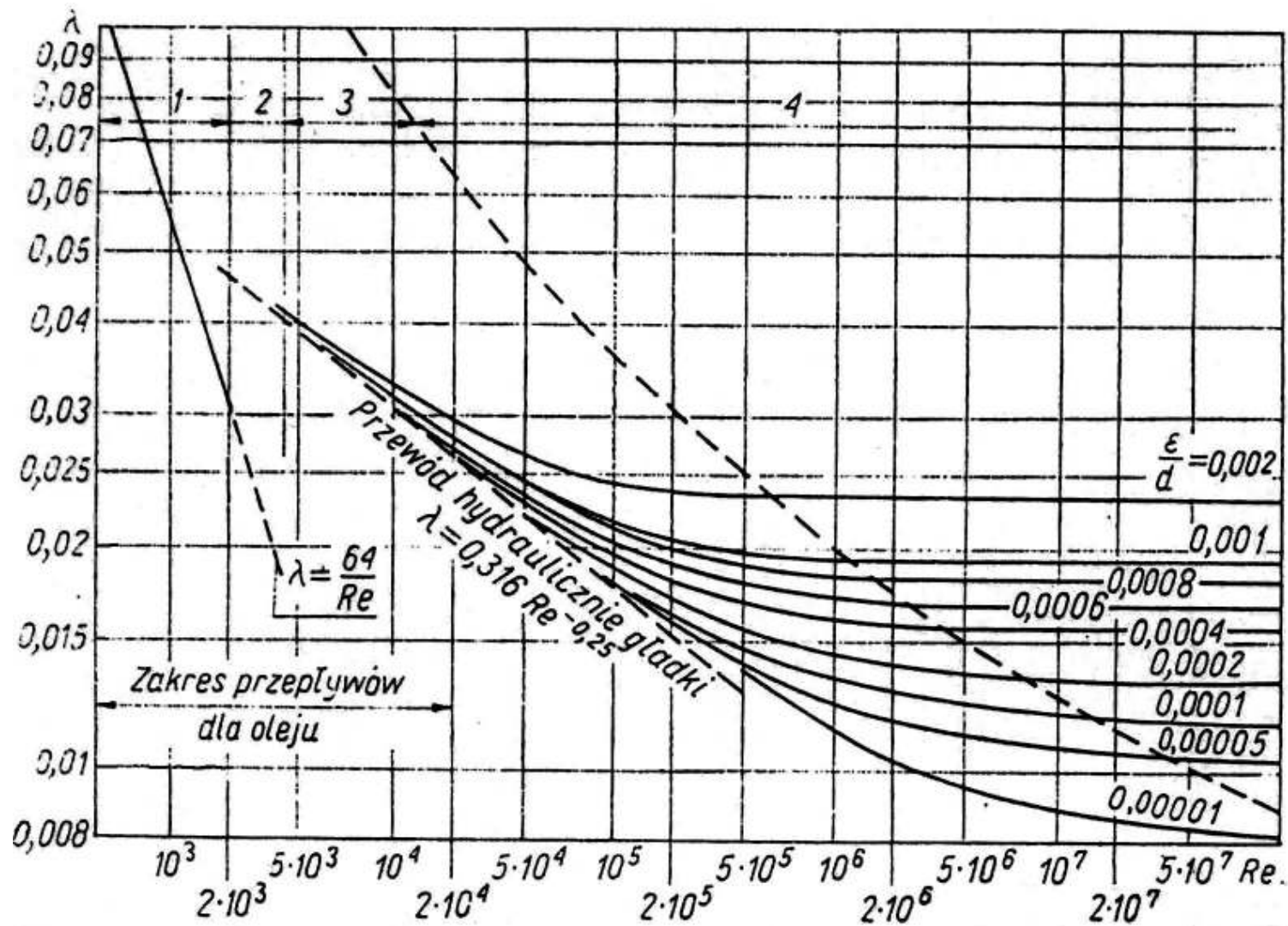
$$2 \cdot 10^3 < Re \approx Re_{ekr} < 4 \cdot 10^3 \quad (19)$$

$\lambda = \frac{64}{Re}$  - dla długich przewodów hydraulicznych z niezaburzonym wejściem i przepływu izotermicznego,

$\lambda = \frac{75}{Re}$  - przy uwzględnieniu wymiany ciepła z otoczeniem,

$\lambda = \frac{96}{Re}$  - dla przewodów krótkich z nieukształtowanym przepływem uwarstwionym.

$\lambda = 0,3164 Re^{-0,25}$  - w pobliżu krytycznej wartości liczby Reynolds'a formuła Blasiusa



Zależność współczynnika oporów liniowych od liczby Reynolds'a

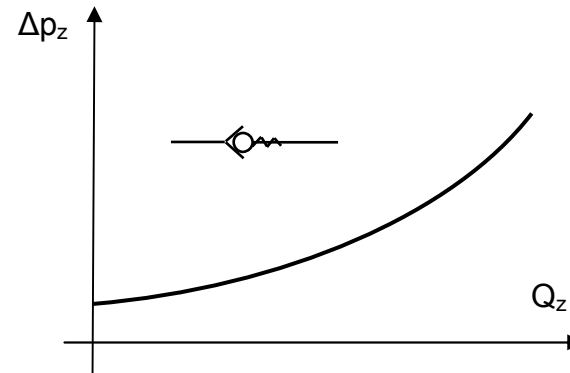
Wartości współczynników strat miejscowych

Element	Współczynnik strat miejscowych										
	$v_2/v_1$	1	2	4	8	10					
	gładkie	0,25	0,4	0,1	0,08	0,1					
	chropowate	0,8	0,3	0,23	0,16	0,2					
	$\xi = 1,05 \dots 2,1$										
	$\xi = 0,1 \dots 0,5$										
	$\xi = 0,5$ (dla krawędzi) $\xi = 0,25$ (dla łamanej krawędzi)										
	$\xi = 0,05$										
	$\xi = 1$										
	$\xi = 0,12$										
	$d_2/d_1$	$\psi = 5^\circ \dots 30^\circ$	$\psi = 30^\circ \dots 60^\circ$								
	12/2	0,8 \dots 0,22	0,22 \dots 0,3								
	2/3	1 \dots 0,54	0,32 \dots 0,75								
	3/4	0,2 \dots 0,56	0,38 \dots 0,8								
	$\xi = \xi \cdot \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right)$ gdzie $\xi$ - współczynnik spadku ciśnienia na wlocie										
	% otwarcia	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	$\xi$	100	35	10	4,5	2	1	0,4	0,2	0,06	0,05
	$\xi = 1$										

Straty miejscowe spowodowane są nagłymi zmianami przekroju oraz zmianą kierunku ułożenia przewodów.

$$\Delta p_m = \xi \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot v_c^2 \quad (20)$$

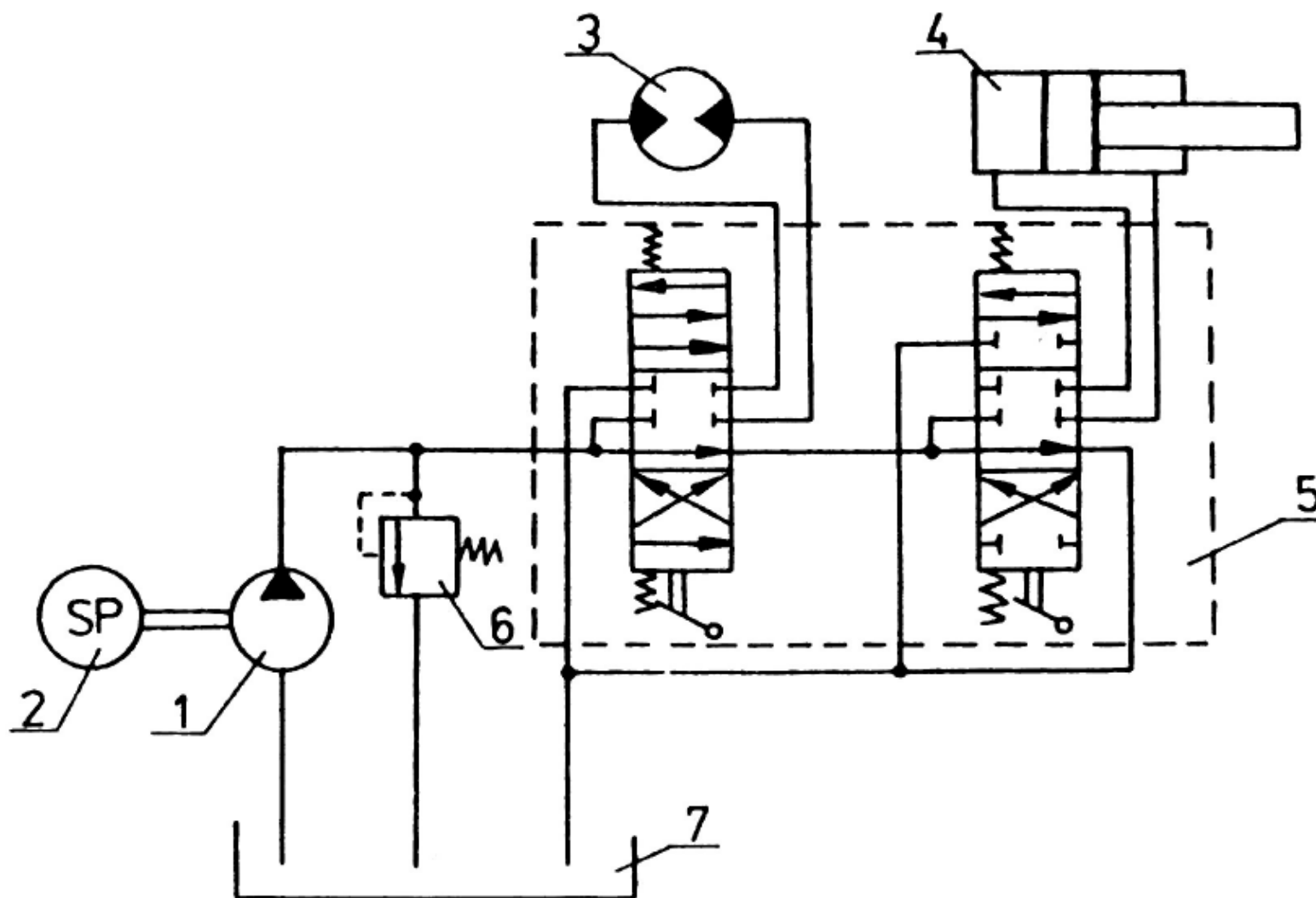
Straty w zaworach określamy na podstawie charakterystyk podawanych przez producenta.



$$\Delta p_l = \sum_{i=1}^p \Delta p_{pi} + \sum_{i=1}^m \Delta p_{mi} + \sum_{i=1}^z \Delta p_{zi} = \sum_{i=1}^p \lambda \frac{l_i}{d_i} \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot v_c^2 + \sum_{i=1}^m \xi_{si} \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot v_{ci}^2 + \sum_{i=1}^z \Delta p_{zi} \quad (21)$$

## 7. Układy hydrostatyczne o stałej wydajności sterowane rozdzielaczami

---



Uproszczony schemat hydrauliczny napędu hydrostatycznego sterowanego rozdzielaczem z pompą o stałej wydajności

## 7. Układy hydrostatyczne o stałej wydajności sterowane rozdzielaczami

---

**Rozwiązania konstrukcyjne - szukaj w katalogach firm, literaturze i w internecie**

**Pompy zębate o stałej wydajności jednostkowej**

**Pompa tłoczkowa osiowa z tarczą wychylną o stałej wydajności jednostkowej**

**Szybkobieźny silnik hydrostatyczny**

**Pompa tłoczkowa osiowa z blokiem wychylnym o stałej wydajności jednostkowej**

**Pompa tłoczkowa osiowa z tarczą wychylną o zmiennej wydajności jednostkowej**

**Pompa tłoczkowa osiowa z blokiem wychylnym o zmiennej wydajności jednostkowej**

**Rozdzielacz suwakowy**

**Rozdzielacz suwakowy czterodrogowy trójpołożeniowy ze sterowaniem elektrycznym**

**Wolnobieżny, wysokomomentowy silnik hydrostatyczny**

**Wolnobieżny, wysoko momentowy, promieniowy silnik hydrostatyczny obrotowy z krzywką wewnętrzną**

**Działanie wolnobieżnego, wysoko momentowego, promieniowego silnika hydrostatycznego obrotowego dwubiegowego z krzywką wewnętrzną 6-cio elementową i 8-mio elementową**

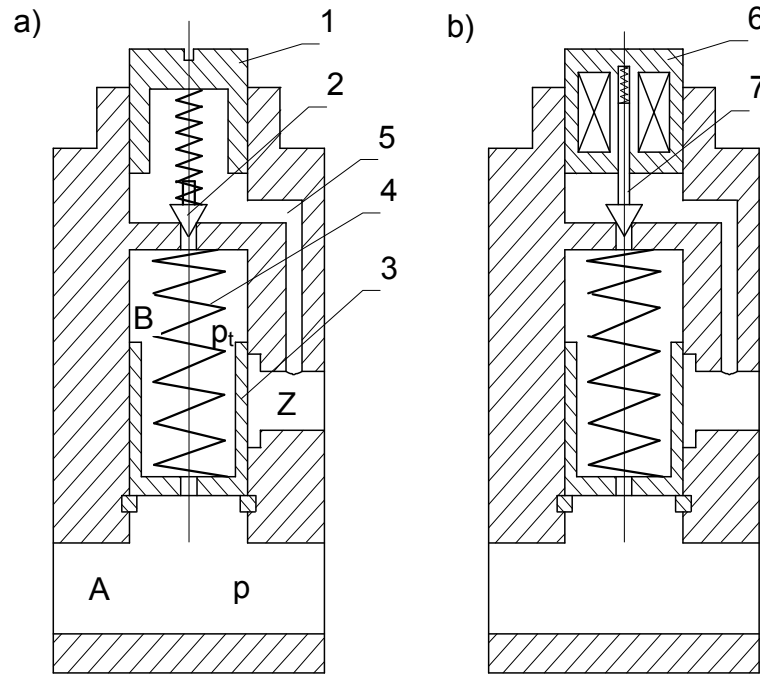
**Działanie wolnobieżnego, wysoko momentowego, promieniowego silnika hydrostatycznego obrotowego z krzywką zewnętrzną**

**Hydrostatyczny silnik liniowy – siłownik, cylinder hydrauliczny**

**Liniowy silnik hydrostatyczny (siłownik) dwustronnego działania z jednostronnym tłoczyskiem. Sposoby mocowania siłowników**

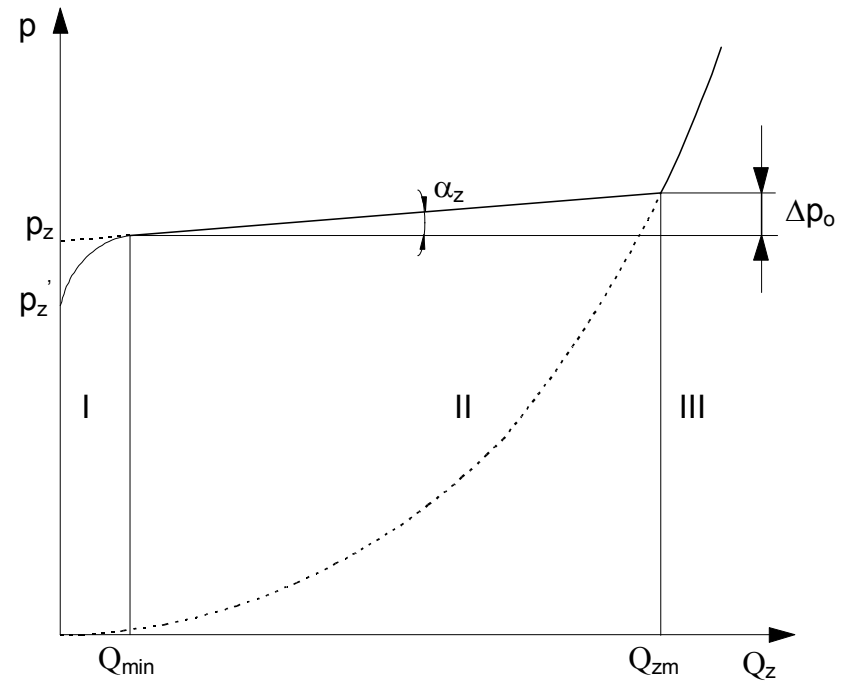
**Zawór ciśnieniowy pośredniego działania**

## 7. Układy hydrostatyczne o stałej wydajności sterowane rozdzielaczami



Schematy konstrukcyjne dwustopniowego zaworu ciśnieniowego.

- a) zawór o nastawialnej mechanicznie wartości ciśnienia otwarcia,  
 b) zawór ze sterowaniem elektronicznym

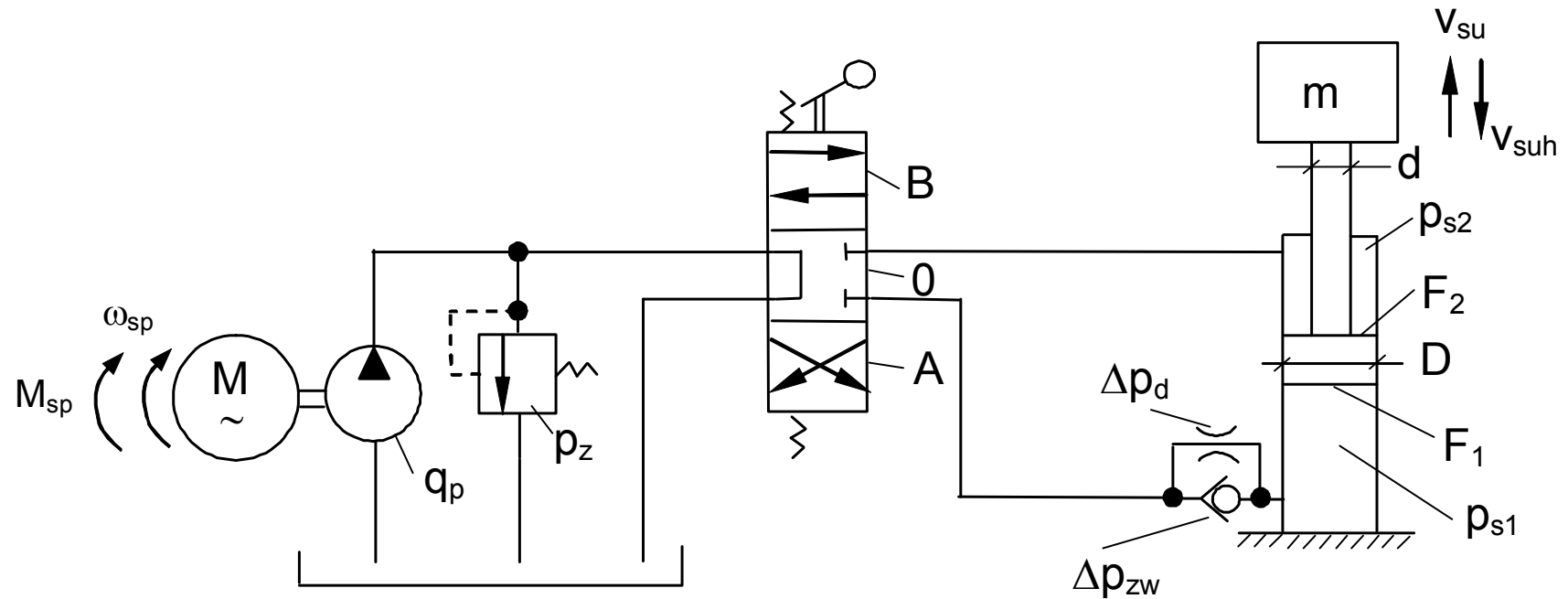


Charakterystyka statyczna ciśnienia  $p$  regulowanego przez zawór ciśnieniowy w funkcji natężenia przepływu przez zawór  $Q_z$ .

$$Q_z = h_z \cdot (p - p_z) \quad (1)$$

$$T_z \frac{dQ_z}{dt} + Q_z = h_z (p - p_z) \quad (2)$$

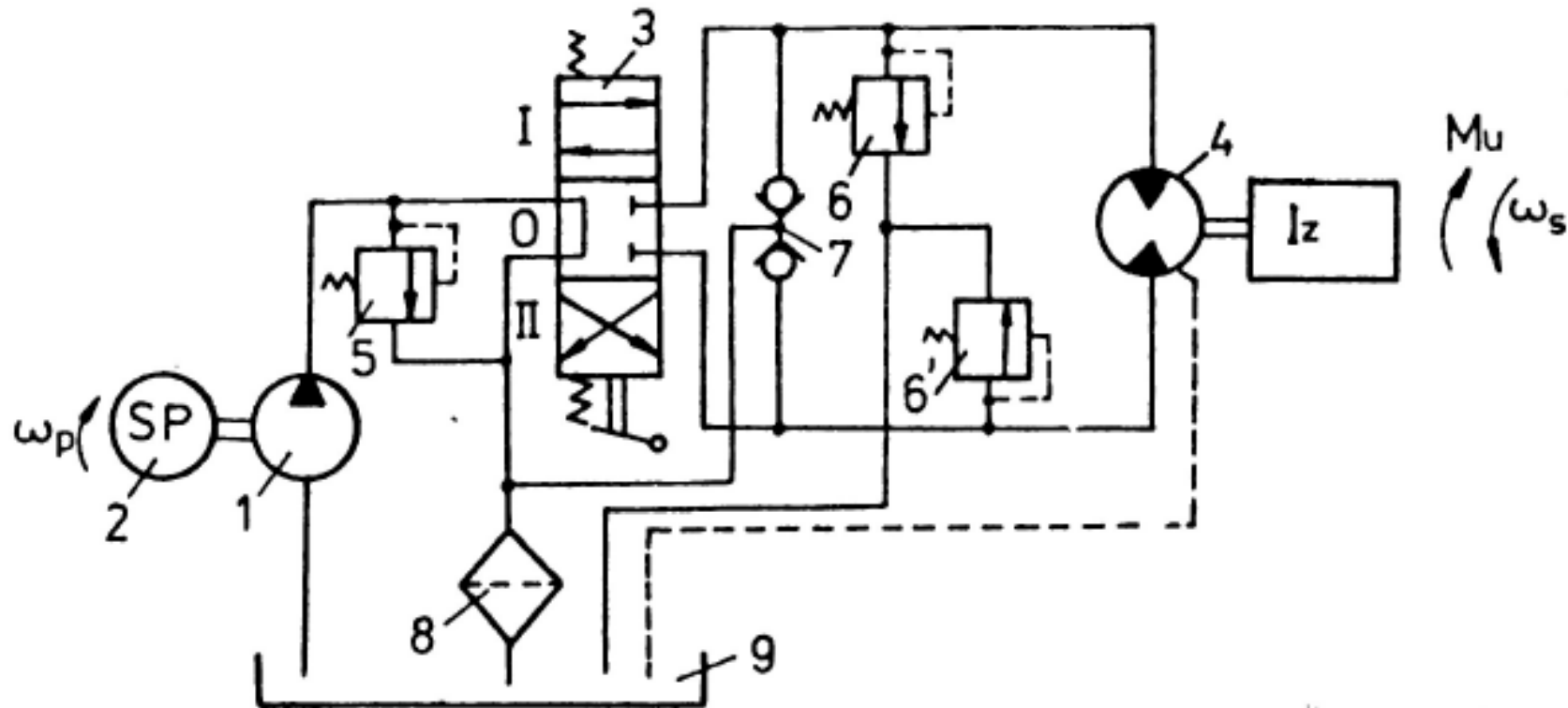
## 7. Układy hydrostatyczne o stałej wydajności sterowane rozdzielaczami



Schemat hydrauliczny napędu hydrostatycznego sterowanego rozdzielaczem z pompą o stałej wydajności z hydrostatycznym silnikiem liniowym



## 7.1. Dobór elementów napędu



Schemat hydrauliczny napędu hydrostatycznego sterowanego rozdzielaczem z pompą o stałej wydajności z hydrostatycznym silnikiem obrotowym

I – mechanizmy o rozruchu lekkim, kryterium maksymalnej sprawności.

II – mechanizmy o rozruchu ciężkim, kryterium najmniejszych wymiarów silnika hydrostatycznego.

**Dane:**

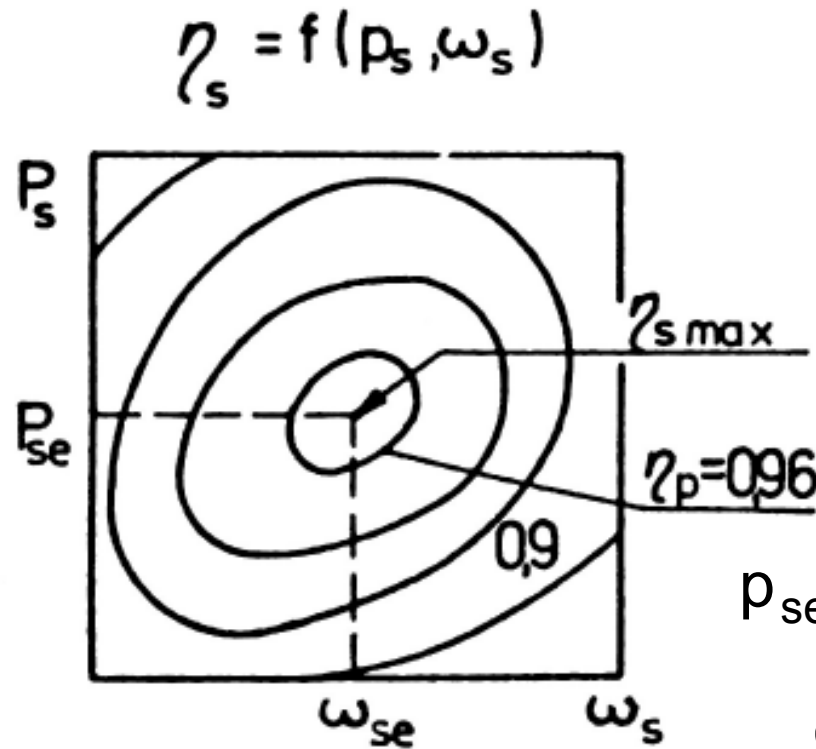
$M_u = M_n$  – nominalny moment obrotowy zredukowany na wał silnika hydrostatycznego

$\omega_u = \omega_n$  – nominalny prędkość kątowna wału s. h.

$w$  = współczynnik wykorzystania obciążenia w okresie eksploatacji napędu

$I_z$  - zredukowany na wał s.h. masowy moment bezwładności

I – mechanizmy o rozruchu lekkim, kryterium maksymalnej sprawności.



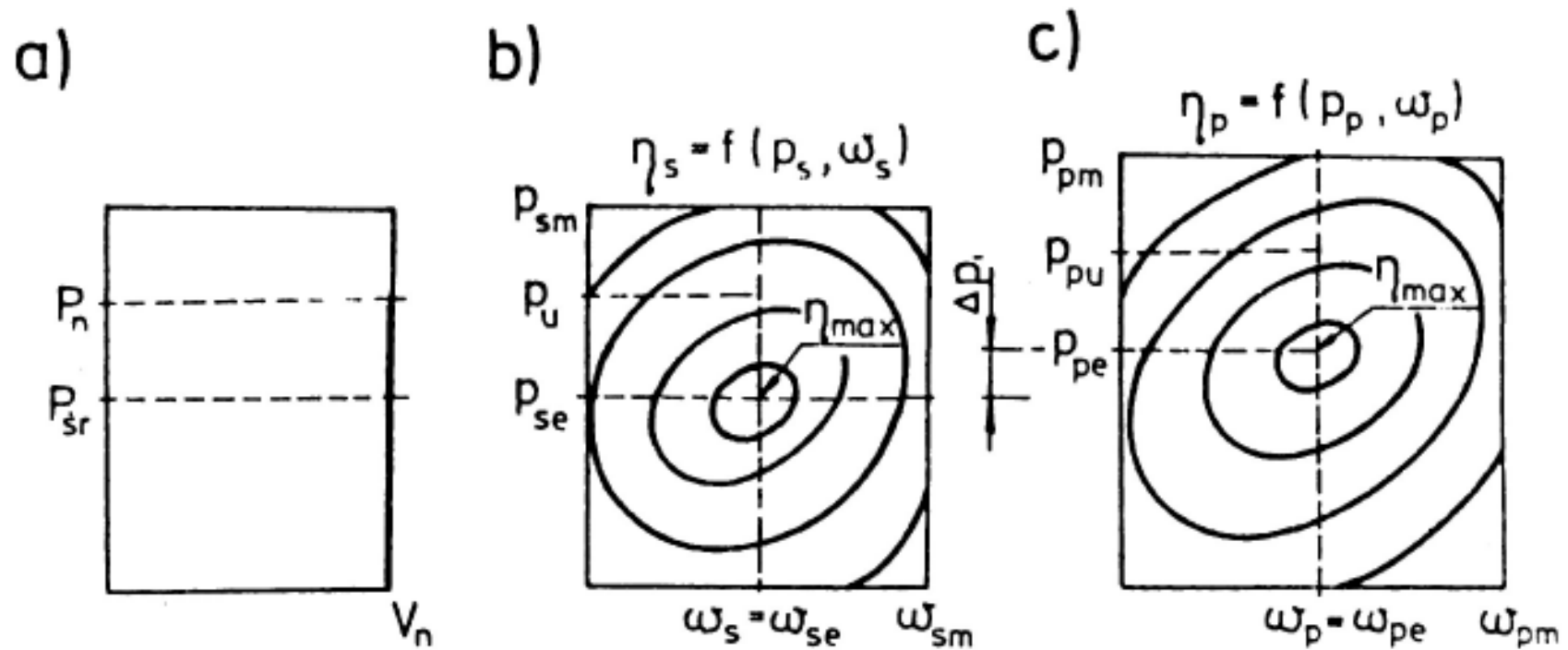
$$M_{\acute{s}r} = \frac{1}{C_r} \cdot \sum_{i=1}^{C_r} M_i \quad (1) \quad w = \frac{M_{\acute{s}r}}{M_n} \quad (2)$$

$$q_s \approx \frac{M_u}{p_n} \quad (3)$$

$$p_{se} \cdot q_s \cdot \eta_1 = M_{\acute{s}r} = w \cdot M_u = w \cdot M_n \quad (4)$$

$$q_{skat} \approx q_s = \frac{w \cdot M_n}{p_{se} \cdot \eta_1} \quad (5)$$

Wykres sprawności całkowitej s. h.

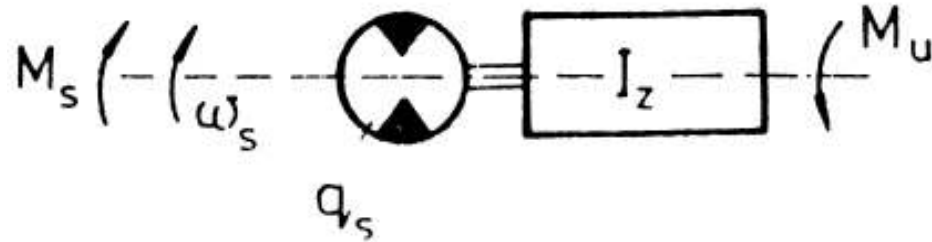


$$p_{se} \cdot q_s \cdot \eta_1 = M_{sr} = w \cdot M_u = w \cdot M_n \quad (6) \quad q_{skat} \approx q_s = \frac{w \cdot M_n}{p_{se} \cdot \eta_1} \quad (7)$$

$$q_p \cdot \omega_{pe} \cdot \eta_v = q_{skat} \cdot \omega_{su} \quad (8) \quad q_{pkat} \approx q_p = \frac{q_{skat} \cdot \omega_{su}}{\omega_{pe} \cdot \eta_v} \quad (9)$$

$$p_{sdop} \geq (1,1 - 1,25) \cdot p_{su} \quad (10) \quad p_{pdop} \geq (1,1 - 1,25) \cdot p_{pu} \quad (11)$$

II – mechanizmy o rozruchu ciężkim, kryterium najmniejszych wymiarów s. h.



Model dynamiczny napędu  
o więzach sztywnych

$$I_{zs} \cdot \frac{d\omega_s}{dt} = M_s - M_u = p_{sm} \cdot q_s \cdot \eta_{mhs} - M_u \quad (12)$$

$$p_{sm} = p_z < (0,9 - 1) \cdot p_{sdop} \quad (13)$$

$$q_{skat} \approx q_s = \frac{l}{p_z \cdot \eta_{mhs}} \cdot \frac{I_z \cdot \omega_{su}}{t_r} + M_u \quad (14)$$

$$t_r = \frac{I_z \cdot \omega_{su}}{q_{skat} \cdot p_z \cdot \eta_{mhs} - M_u} \quad (15)$$

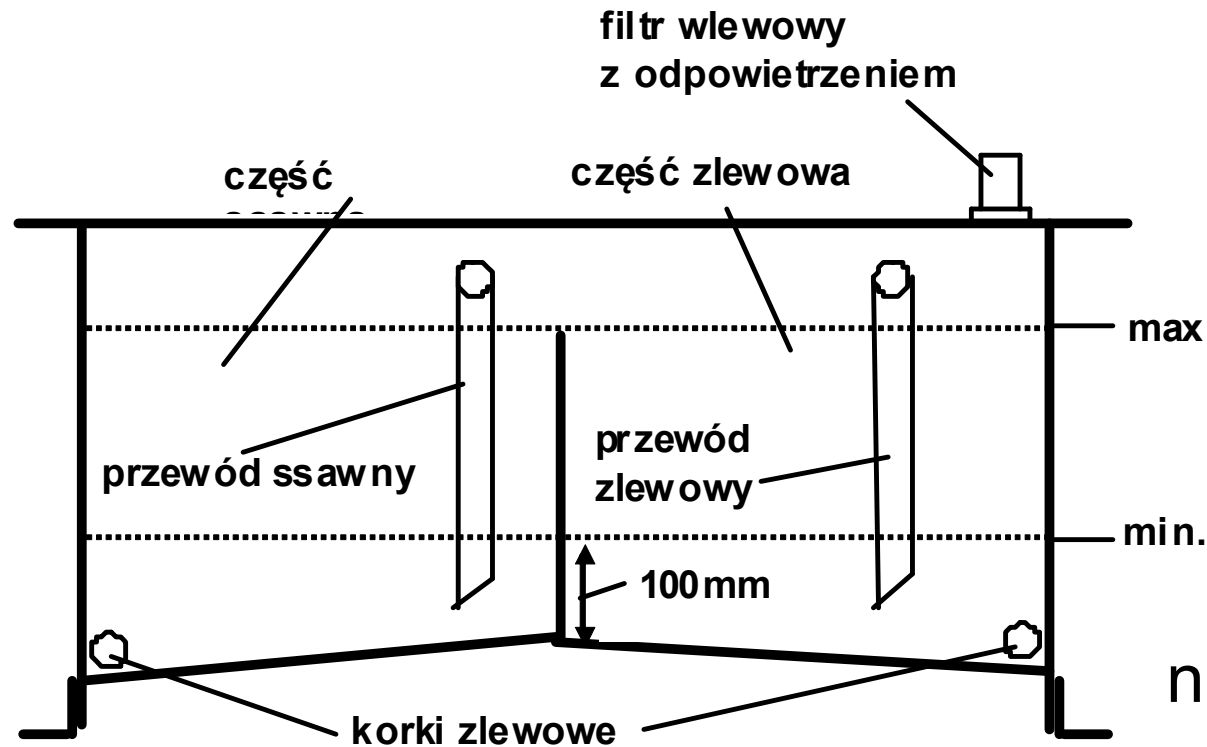
$$t_h = \frac{I_{zh} \cdot \omega_{su}}{\frac{q_{skat} \cdot p_z}{\eta_{mhs}} \pm M_{uh}} \quad (16)$$

$Q_n$  – nominalny przepływ przez zawór

$p_n, p_m$  – nominalne i maksymalne ciśnienie pracy

$v_c \leq 4,5$  m/s – dla przewodów tłocznych (ciśnieniowych)

$v_c \leq 1,5$  m/s – dla przewodów ssawnych (podciśnieniowych)



Schemat zbiornika

$$l_{cmin} > 100 \text{ mm} \quad (17)$$

$$n_c \leq (12 - 15) 1/h \quad (18)$$

$$n_c = \frac{60 \cdot \sum Q_{pi}}{V_c} \left[ \frac{1}{h} \right] \quad (19)$$

$Q_p$  [l/min];  $V_c$  [l]

$$V_c [l] = (3 - 4) Q_p [l/min]; \quad (20)$$

**Silnik pierwotny elektryczny**

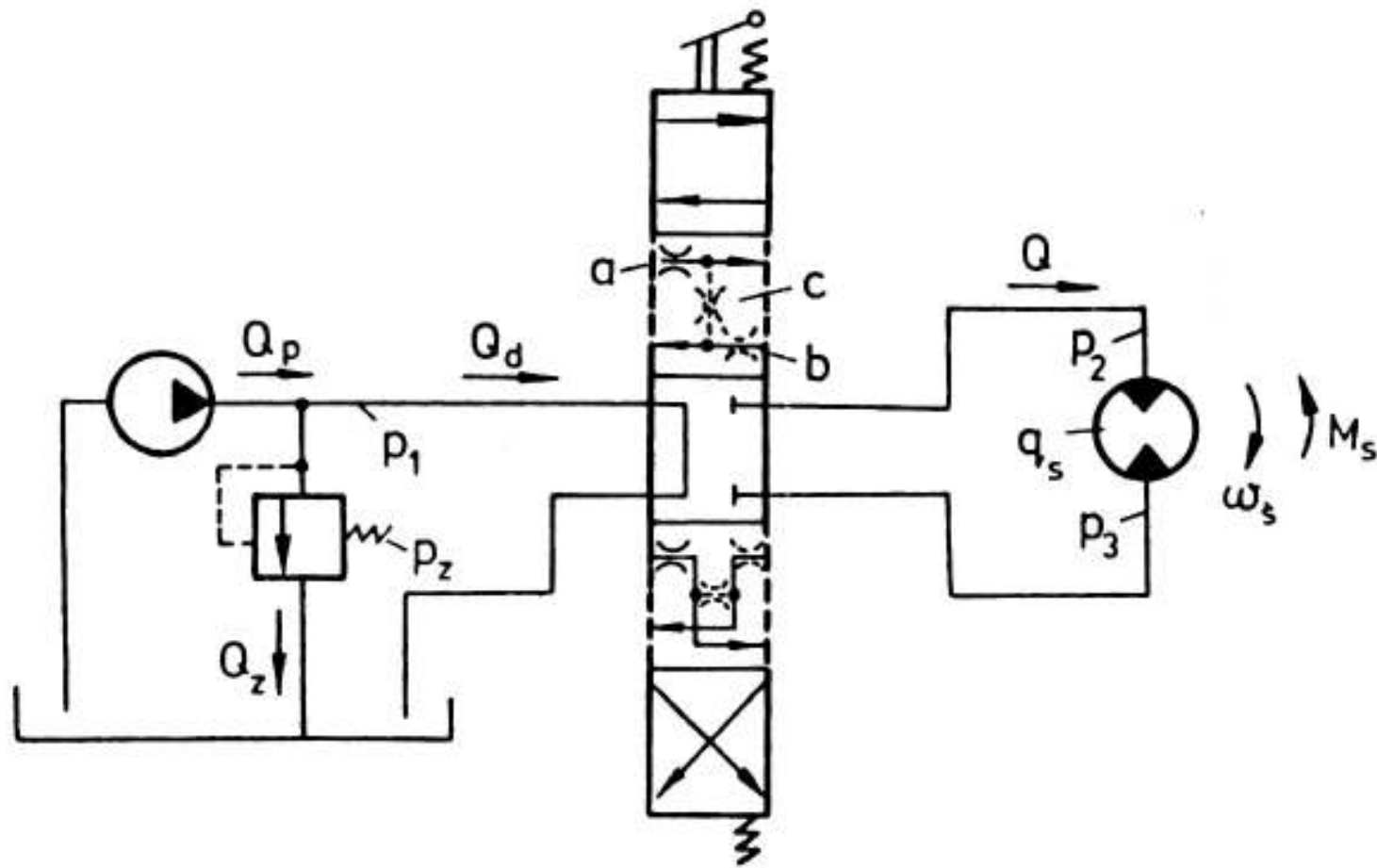
$$N_{zn} \geq \frac{\int_0^T |N_p| \cdot dt}{T} \quad (21)$$

$$m \cdot M_{zn} > 1,2 \cdot \frac{p_z \cdot q_p}{\eta_{mhp}} \quad (22)$$

**Silnik pierwotny spalinowy**

$$M_n > 1,1 \cdot \frac{p_z \cdot q_p}{\eta_{mhp}} \quad (23)$$

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

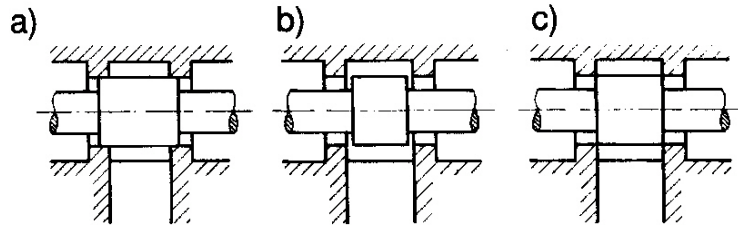


**Schemat napędu z dławieniem**

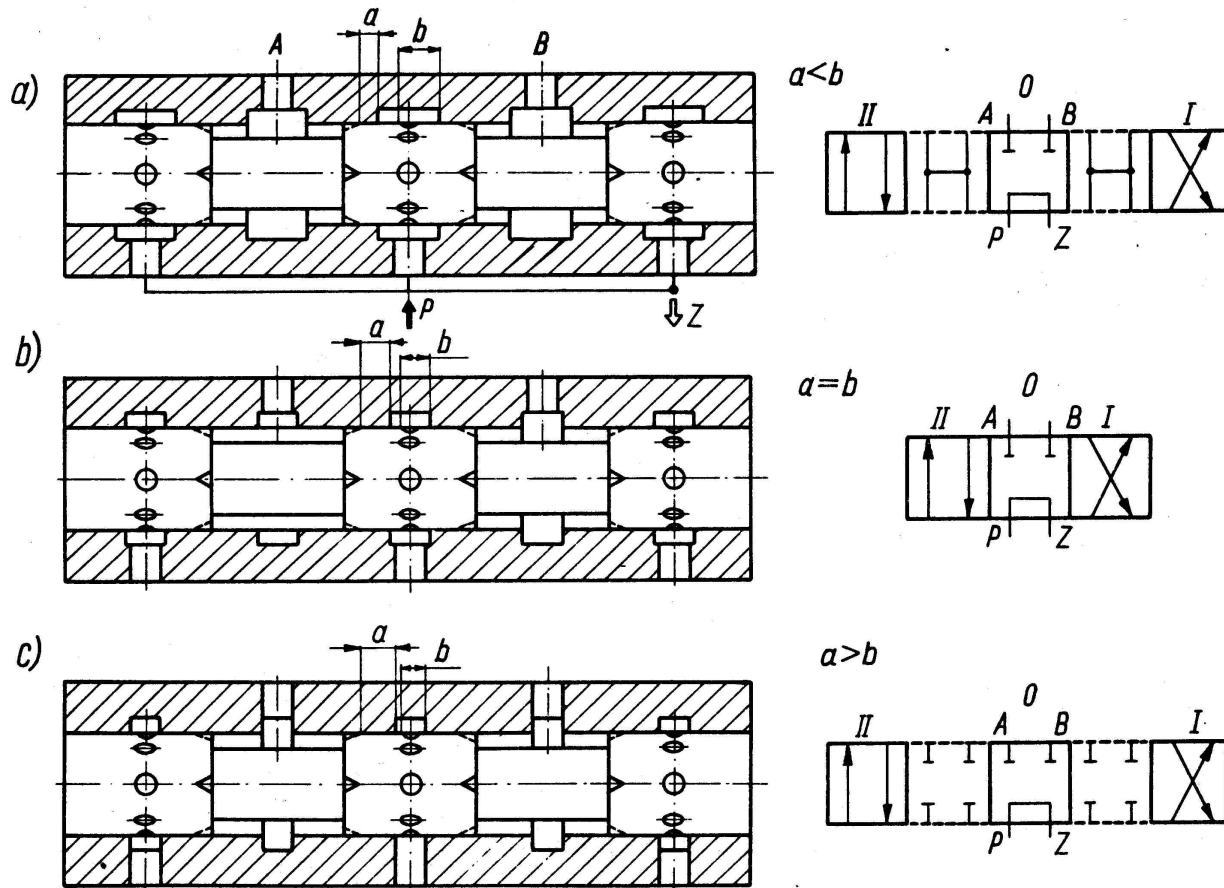
$$M_s = f(\omega_s); \eta_{dt} = f(\omega_s); N_{tr} = f(\omega_s);$$

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

**Przekrycia spoczynkowe i ruchowe** (źródło: Stryczek S.: Napęd hydrostatyczny. WNT W-wa 1984)



Przykłady przekrycia w środkowym położeniu suwaka: a) dodatniego, b) ujemnego, c) zerowego



Przekrycia ruchowe:

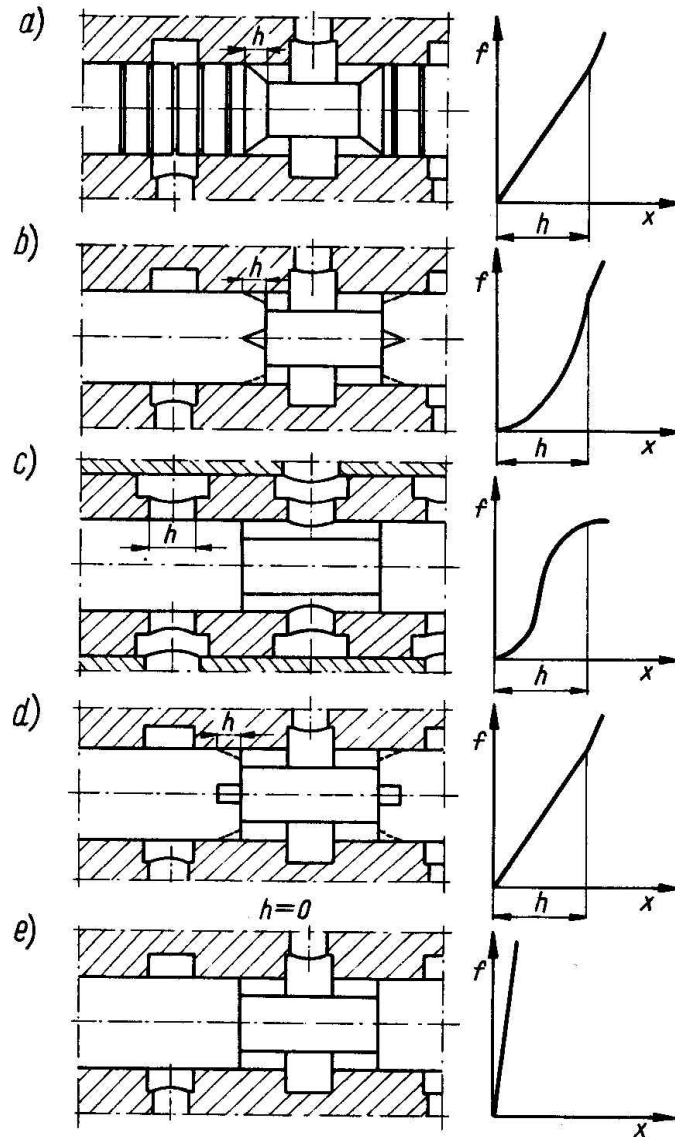
- a) ujemne
- b) zerowe
- c) dodatnie



## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

### Wpływ kształtu krawędzi suwaka na charakterystykę otwarcia

(źródło: Stryczek S.: Napęd hydrostatyczny. WNT W-wa 1984)



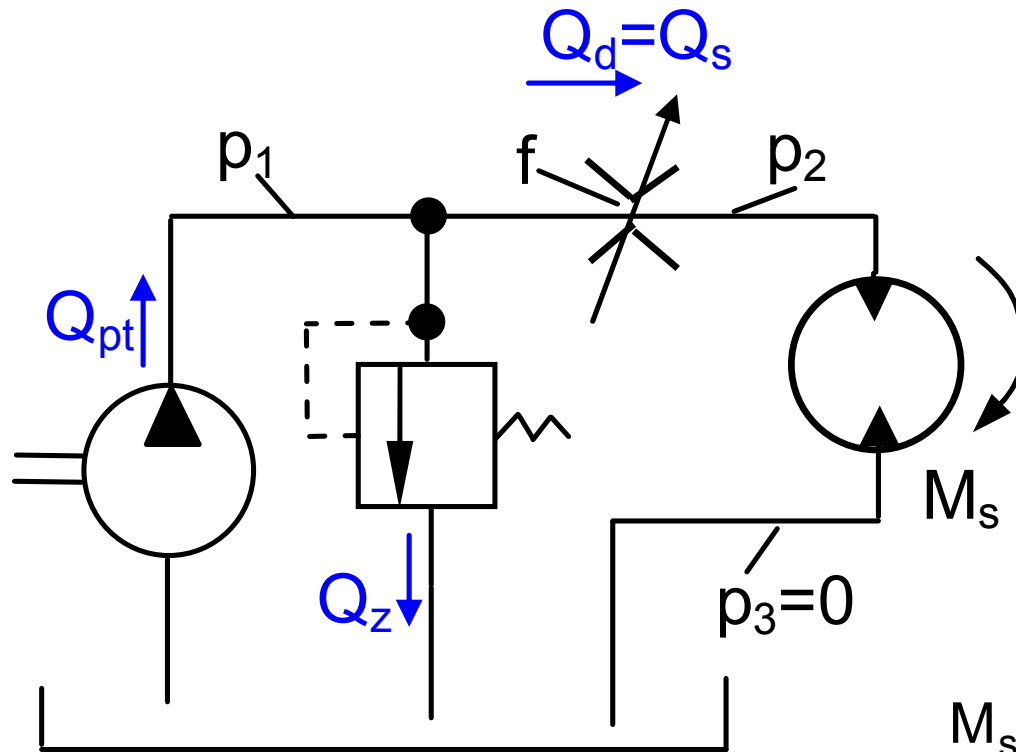
Rys. 1-193

Charakterystyki otwarcia rozdzielaczy suwakowych dla wybranych kształtów krawędzi sterujących: a) sfazowanie, b) rowki osiowe o przekroju trójkątnym, c) otwory kołowe w tulei, d) rowki osiowe o przekroju prostokątnym, e) ostra krawędź

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

$$M_s = f(\omega_s)$$

Schemat obliczeniowy napędu z dławieniem na linii rozdzielacz - silnik - a)



$$Q_{pt} = Q_d + Q_z \quad (1)$$

$$e = \frac{f}{f_0} \quad (2) \quad f_0 - \text{dla } M_s = 0$$

$$p_1 - p_2 = \xi \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot v_c^2 = \xi \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot \left[ \frac{Q_d}{f} \right]^2 \quad (3)$$

$$p_2 = p_z - \xi \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot \frac{1}{f_0^2} \cdot \left[ \frac{\omega_s \cdot q_s}{e} \right]^2 \quad (4)$$

$$M_s = p_z \cdot q_s - \frac{\xi \cdot \rho_c \cdot q_s^3}{2 \cdot f_0^2} \cdot \frac{1}{e^2} \cdot \omega_s^2 \quad (5)$$

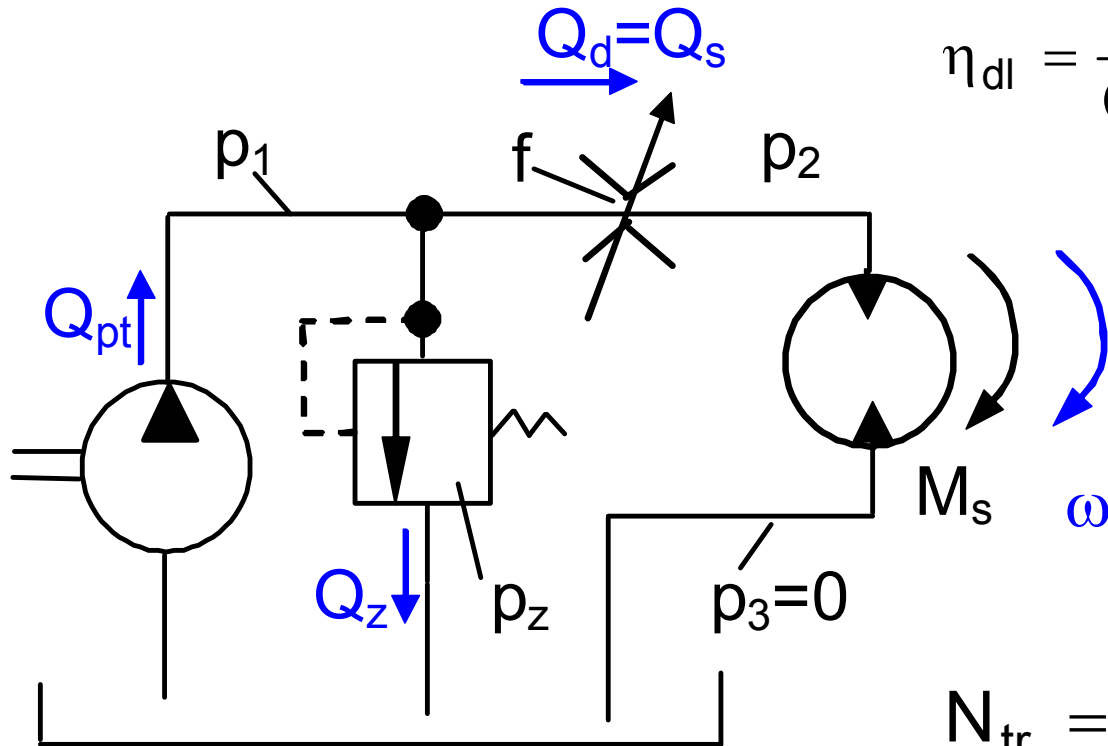
$$M_s = p_z \cdot q_s - \frac{a}{e^2} \cdot \omega_s^2 \quad (6)$$

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

$$\eta_{dl} = f(\omega_s)$$

$$N_{tr} = f(\omega_s)$$

Schemat obliczeniowy napędu z dławieniem na linii rozdzielacz - silnik - a)



$$\eta_{dl} = \frac{M_s \cdot \omega_s}{Q_{pt} \cdot p_z} = \frac{q_s \cdot p_2}{Q_{pt} \cdot p_z} \cdot \omega_s \quad (7)$$

Dla  $Q_z = 0$  gdy  $f = f_0$ :

$$Q_s = q_s \omega_s = Q_{pt} \quad \text{i} \quad \omega_s = \omega_{st}$$

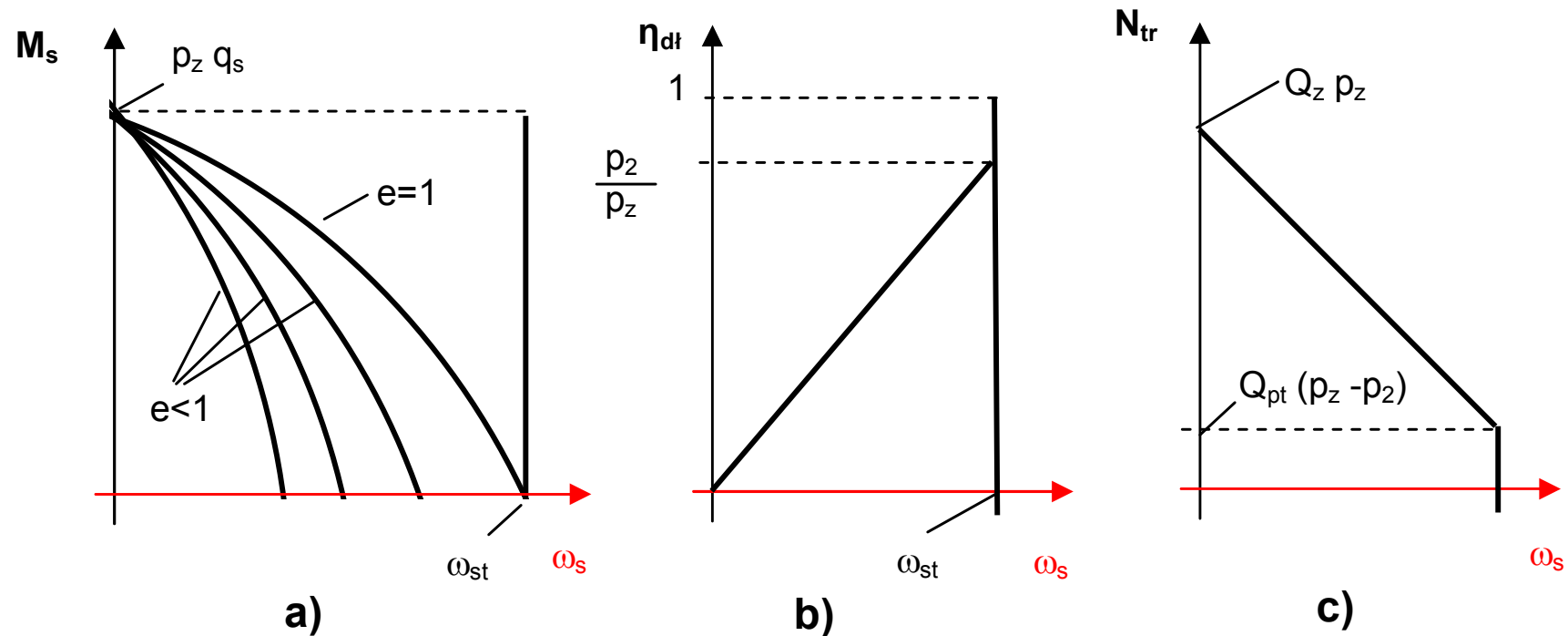
$$\eta_{dl} = \frac{p_2}{p_z} \quad (8)$$

$$N_{tr} = Q_{pt} \cdot p_z - M_s \cdot \omega_s \quad (9)$$

Dla  $\omega_s = \omega_{st}$ :

$$N_{tr0} = Q_{pt} \cdot p_z - M_s \cdot \omega_{st} = Q_{pt} \cdot p_z - q_s \cdot p_2 \cdot \omega_{st} = Q_{pt} \cdot (p_z - p_2) \quad (10)$$

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością



Charakterystyki napędu przy dławieniu na wejściu do rozdzielacza

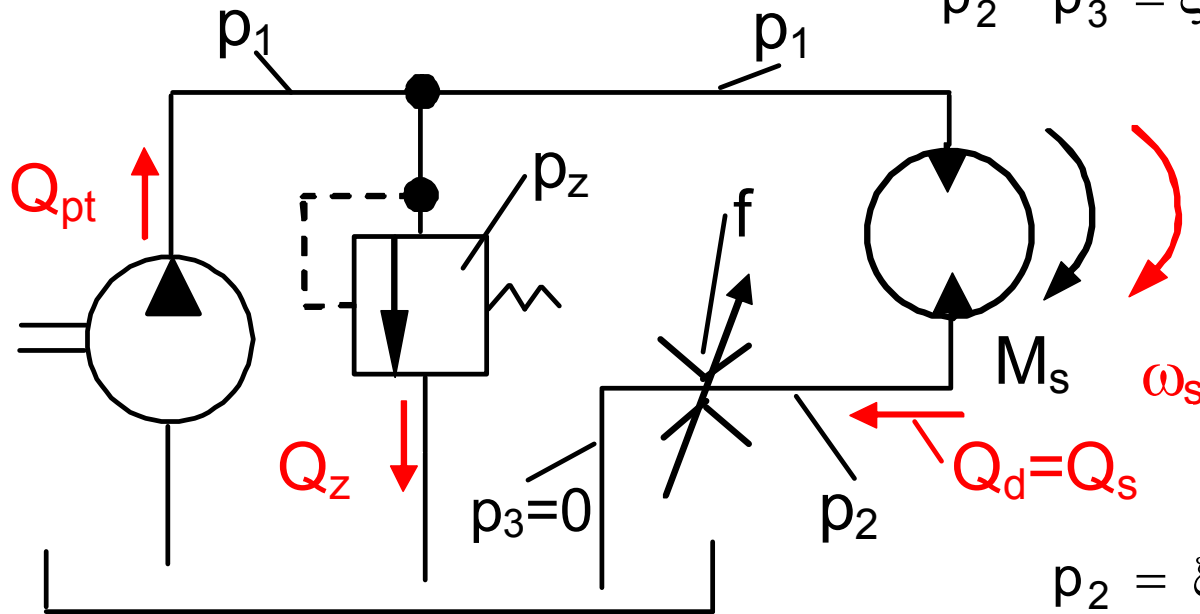
$$M_s = p_z \cdot q_s \frac{a}{e^2} \cdot \omega_s^2 \quad (6)$$

$$N_{tr} = Q_{pt} \cdot p_z - M_s \cdot \omega_s \quad (9)$$

$$\eta_{dl} = \frac{q_s \cdot p_2}{Q_{pt} \cdot p_z} \cdot \omega_s \quad (7)$$

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

Schemat obliczeniowy napędu z dławieniem na linii silnik – rozdzielacz: b)



$$p_2 - p_3 = \xi \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot v_c^2 = \xi \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot \left[ \frac{Q_d}{f} \right]^2 \quad (11)$$

$$p_2 = \xi \cdot \frac{\rho_c}{2} \cdot \frac{1}{f_0^2} \cdot \left[ \frac{\omega_s \cdot q_s}{e} \right]^2 \quad (12)$$

$$M_s = (p_1 - p_2) \cdot q_s = p_z \cdot q_s \cdot \frac{\xi \cdot \rho_c \cdot q_s^3}{2 \cdot f_0^2} \cdot \frac{1}{e^2} \cdot \omega_s^2 \quad (13)$$

Równanie (13) identyczne jak dla dławienia na linii rozdzielacz – silnik (6), więc charakterystyki takie same.

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

$$M_s = p_1 \cdot q_s = \frac{\xi \cdot \rho_c}{2 \cdot f_0^2 \cdot e^2} \cdot (Q_{pt} - Q_s)^2 \cdot q_s = \frac{\xi \cdot \rho_c \cdot q_s}{2 \cdot f_0^2 \cdot e^2} \cdot (Q_{pt}^2 - 2 \cdot Q_{pt} \cdot Q_s + Q_s^2) \quad (14)$$

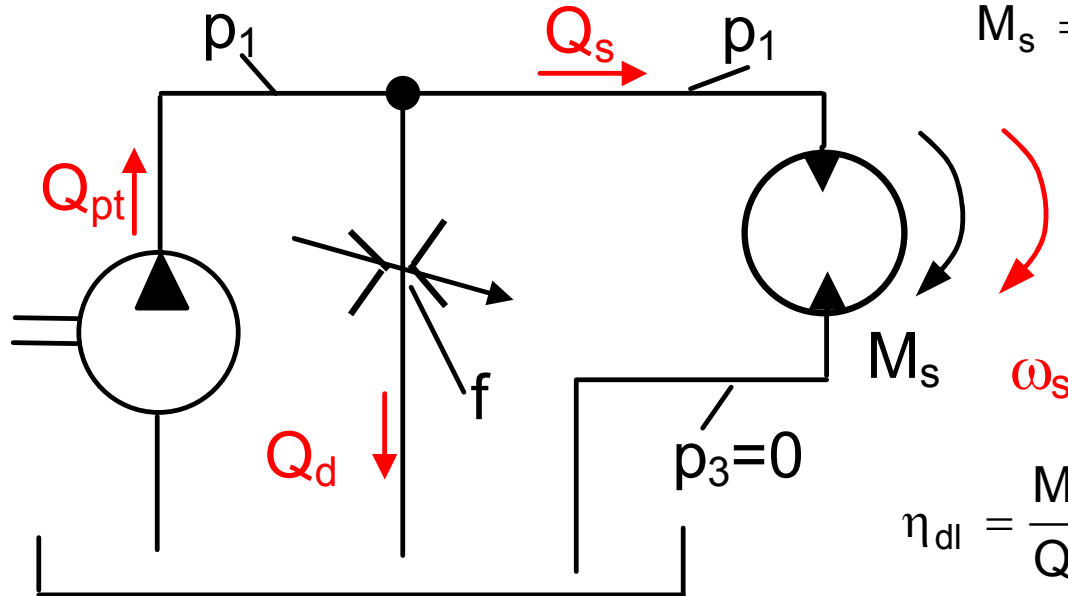
**Schemat obliczeniowy napędu z dławieniem na linii rozdzielacz - zbiornik**

$$M_s = \frac{\xi \cdot \rho_c \cdot q_s}{2 \cdot f_0^2 \cdot e^2} \cdot (\omega_{st}^2 \cdot q_s^2 - 2 \cdot \omega_{st} \cdot q_s \cdot \omega_s \cdot q_s + \omega_s^2 \cdot q_s^2) \quad (15)$$

$$M_s = \frac{\xi \cdot \rho_c \cdot q_s^3}{2 \cdot f_0^2 \cdot e^2} \cdot (\omega_{st}^2 - 2 \cdot \omega_{st} \cdot \omega_s + \omega_s^2) \quad (16)$$

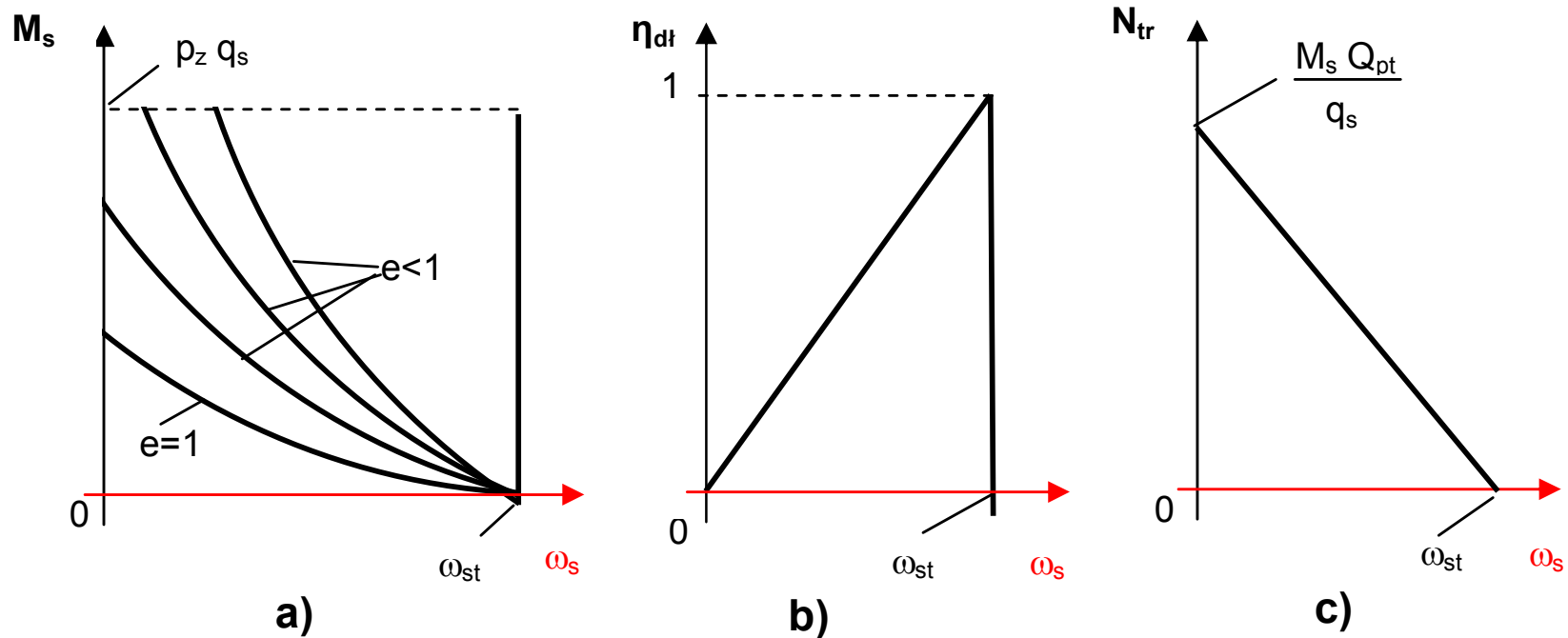
$$M_s = \frac{a}{e^2} \cdot (\omega_{st}^2 - 2 \cdot \omega_{st} \cdot \omega_s + \omega_s^2) \quad (17)$$

$$\eta_{dl} = \frac{M_s \cdot \omega_s}{Q_{pt} \cdot p_1} = \frac{q_s \cdot p_1}{Q_{pt} \cdot p_1} \cdot \omega_s = \frac{q_s}{Q_{pt}} \cdot \omega_s \quad (18)$$



$$N_{tr} = Q_{pt} \cdot p_1 - M_s \cdot \omega_s = \frac{Q_{pt} \cdot M_s}{q_s} - M_s \cdot \omega_s \quad (19)$$

## 7.2. Dławieniowe sterowanie prędkością

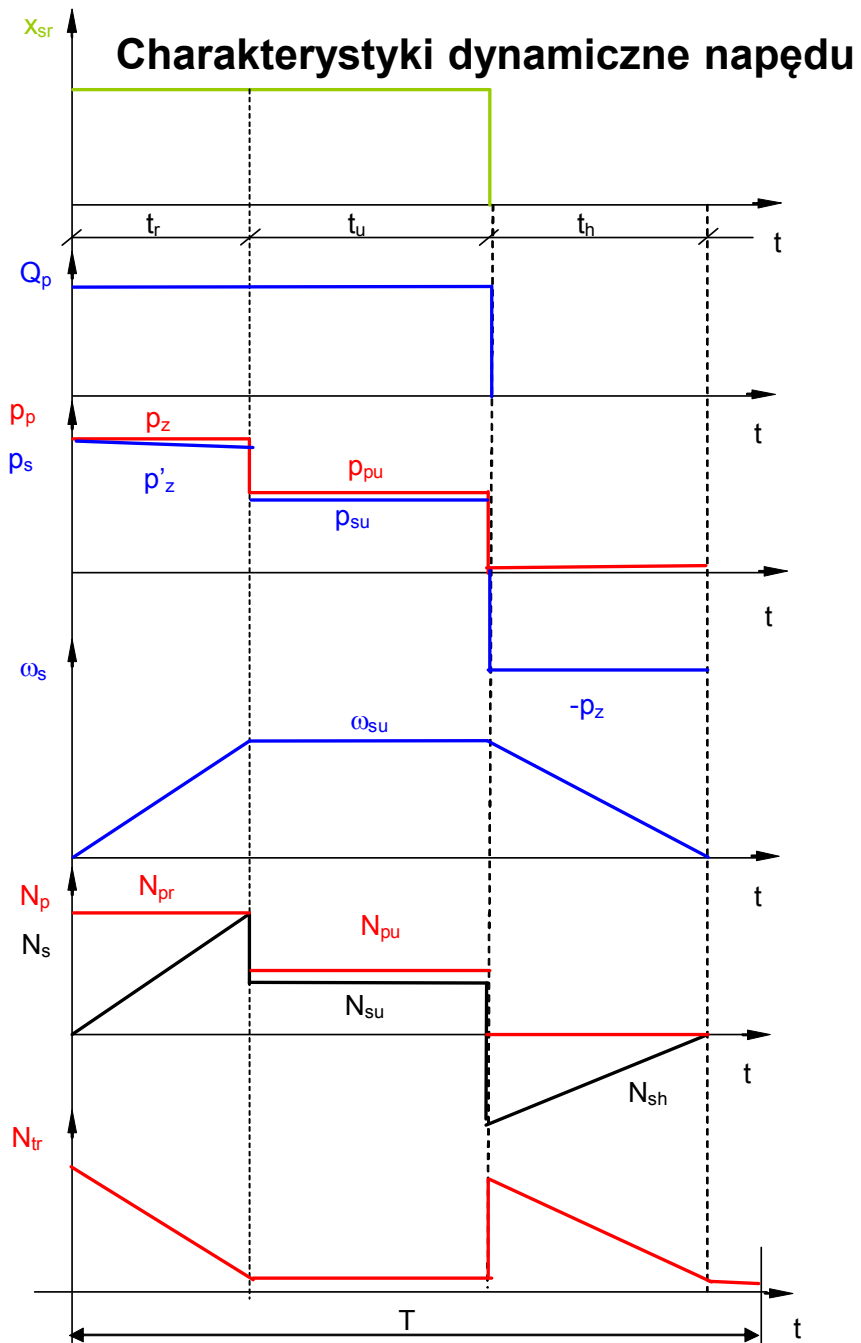


Charakterystyki napędu przy dławieniu na linii rozdzielacz - zbiornik

$$\eta_{dl} = \frac{q_s}{Q_{pt}} \cdot \omega_s \quad (18)$$

$$M_s = \frac{a}{e^2} \cdot (\omega_{st}^2 - 2 \cdot \omega_{st} \cdot \omega_s + \omega_s^2) \quad (17)$$

$$N_{tr} = \frac{Q_{pt} \cdot M_s}{q_s} - M_s \cdot \omega_s \quad (19)$$



### 7.3. Dynamika napędu przy założeniu więzów sztywnych i idealnej pracy zaworu ciśnieniowego

$$p_{su} = \frac{M_u}{q_s \cdot \eta_{mhs}} \quad (1)$$

$$p_{pu} = \frac{M_u}{q_s \cdot \eta_{mhs} \cdot \eta_{hl} \cdot \eta_{mhp}} \quad (2)$$

$$\omega_{su} = \frac{p_z \cdot \eta_{vp} \cdot \eta_{vl} \cdot \eta_{vs}}{p_n \cdot q^s} \quad (3)$$

$$N_{su} = M_u \cdot \omega_{su} \quad (4)$$

$$N_{pu} = \frac{N_{su}}{\eta_{mh} \cdot \eta_v} = \frac{M_u \cdot \omega_{su}}{\eta_{mh} \cdot \eta_v} \quad (5)$$



## 7.4. Bilans cieplny napędu

---

$$N_{trT} = \frac{\int_0^T N_{tr} \cdot dt}{T} = \Phi_s \quad (1) \quad \Phi_o = \Phi_{oz} + \Phi_{och} \quad (2)$$

$$\Phi_{oz} = (t_c - t_o) \cdot k_c \cdot F_z \geq \Phi_s = N_{trT} \quad (3)$$

$t_c, t_o$  [°C] – temperatury cieczy i otoczenia

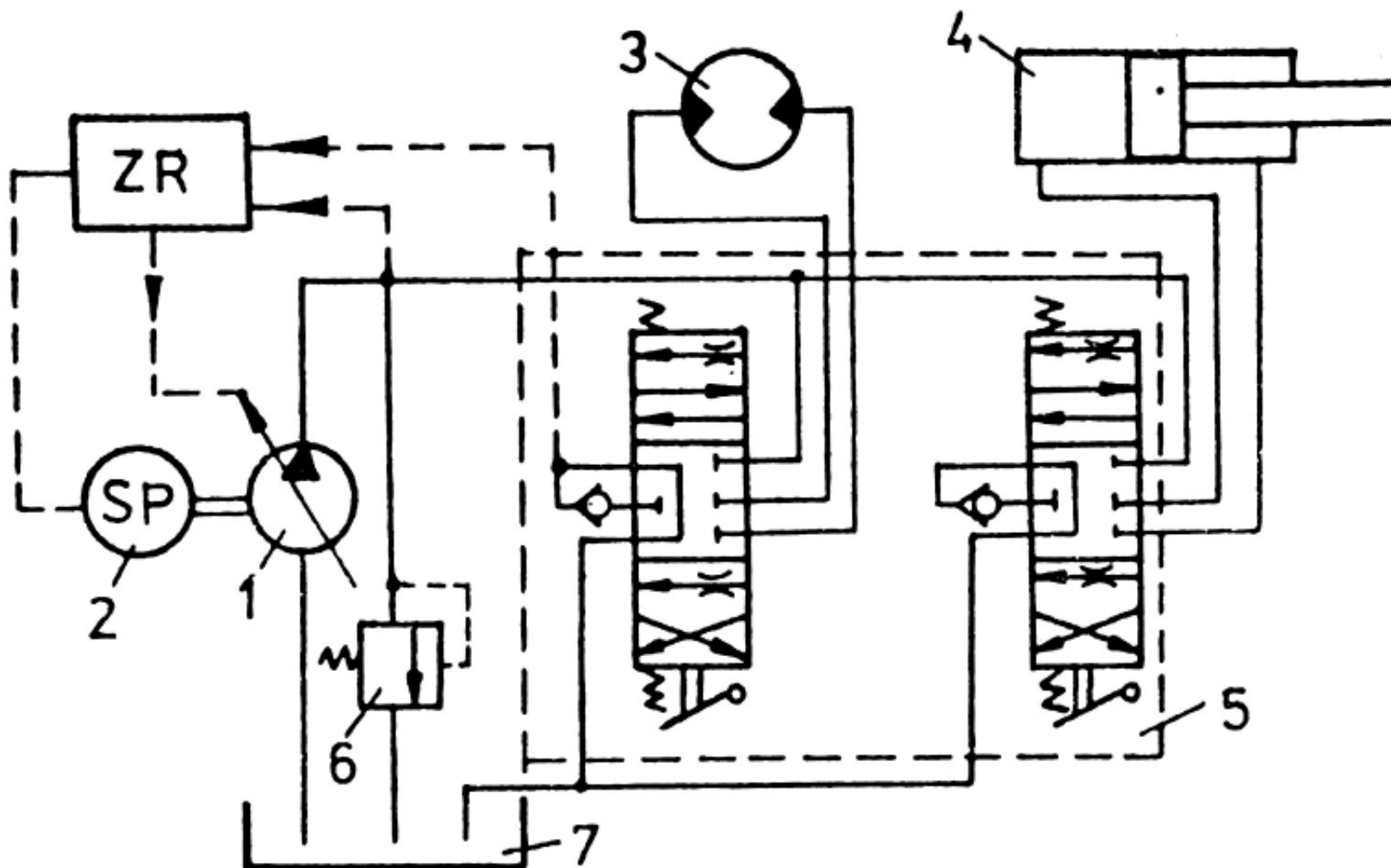
$k_c$  [W m<sup>-2</sup> °C<sup>-1</sup>] – współczynnik przepływu ciepła między zbiornikiem i otoczeniem

$k_c = 6 - 9$  [W m<sup>-2</sup> °C<sup>-1</sup>] dla zbiorników żeliwnych

$k_c = 10 - 14$  [W m<sup>-2</sup> °C<sup>-1</sup>] dla zbiorników z blachy stalowej

$$F_z \geq \frac{N_{trT}}{(t_{cn} - t_o) \cdot k_c} \quad (4) \quad t_c = \frac{N_{trT}}{k_c \cdot F_z} + t_o \leq t_{cn} \quad (5)$$

## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami



Uproszczony schemat hydrauliczny napędu hydrostatycznego sterowanego rozdzielaczem z pompą o zmiennej wydajności

## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami

---

Regulatory:

**R1. Regulator ciśnienia – ograniczenie ciśnienia i pracy zaworów ciśnieniowych**

**R2. Regulator sterowania wydajnością pompy za pomocą rozdzielacza**

**R3. Regulator sterowania wydajnością pompy w funkcji prędkości obrotowej jej wału**

**R4. Regulator sterowania wydajnością pompy w funkcji ciśnienia w obwodzie głównym**

Kojarzenie Regulatorów (6 systemów):

**I – R1 ;**

**II – R1+R2 ;**

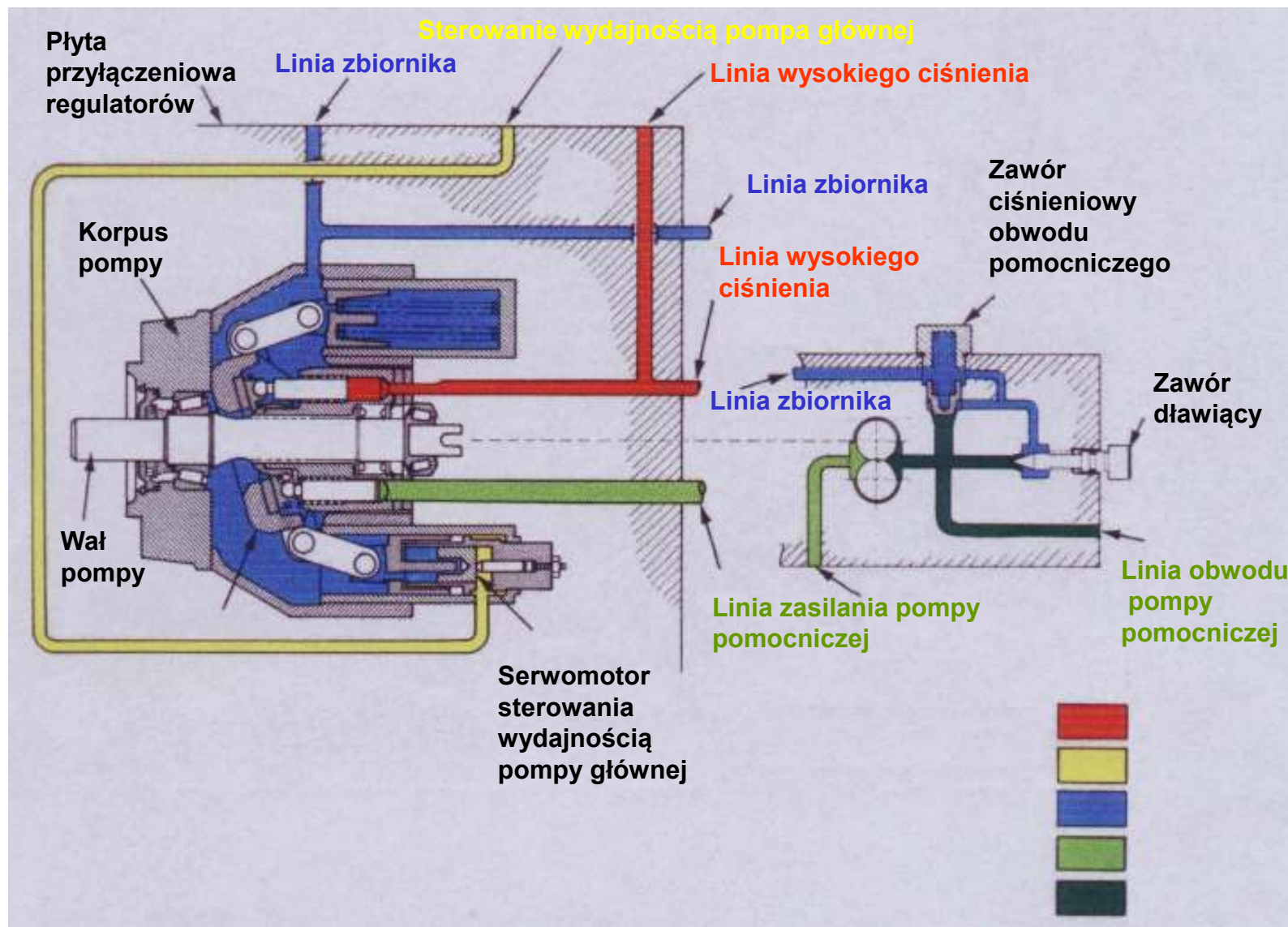
**III – R1+R3 ;**

**IV – R1+R2+R3 ;**

**V – R1+R4 ;**

**VI – R1+R2+R4 ;**

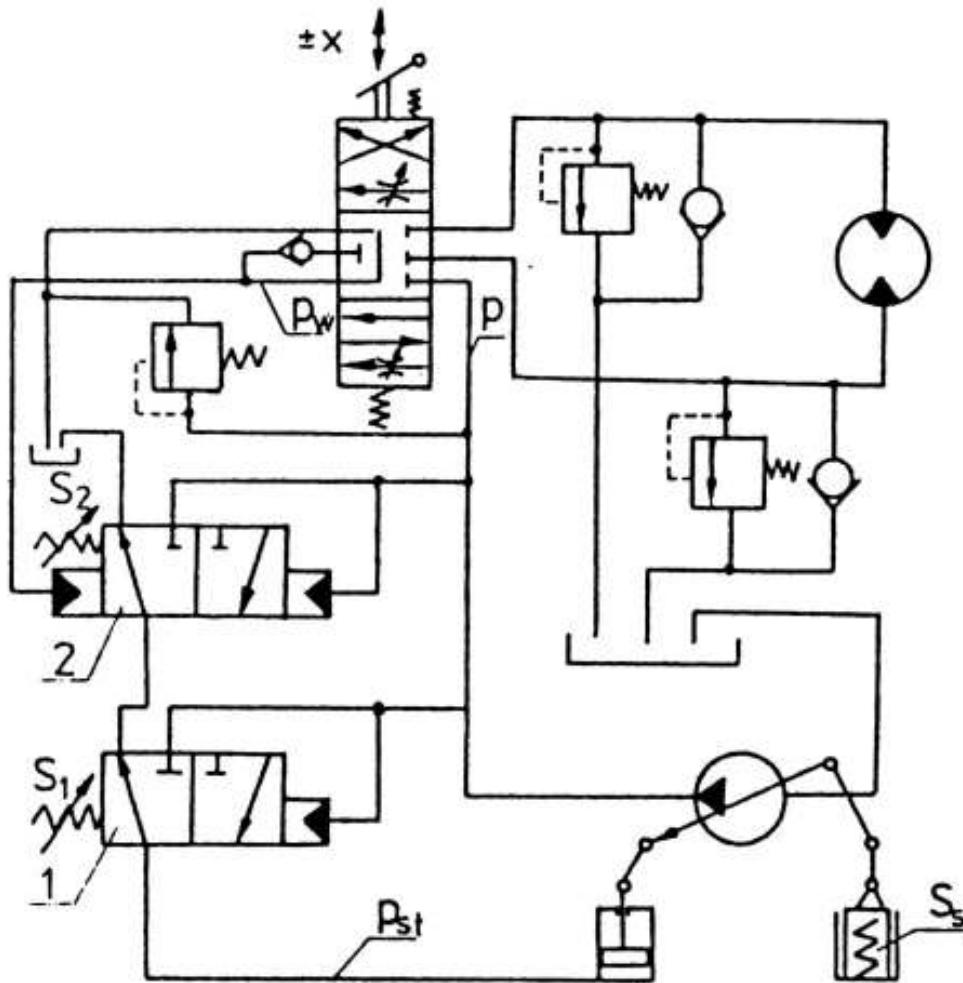
## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami



Pompa główna i pomocnicza

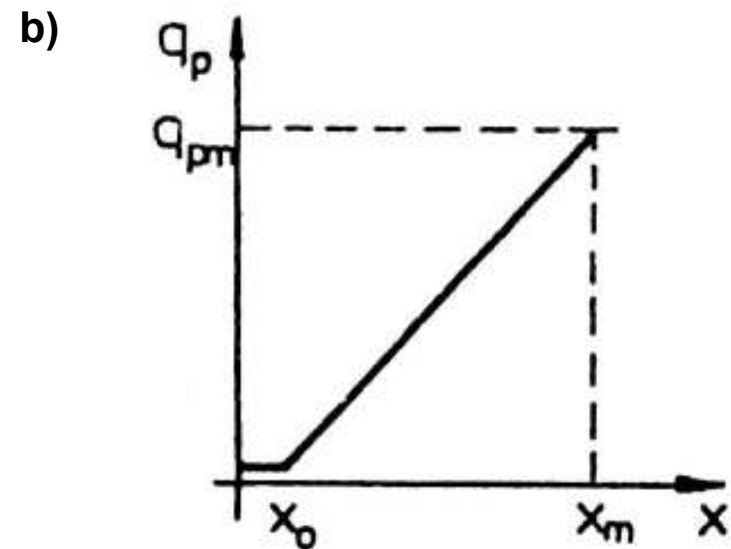
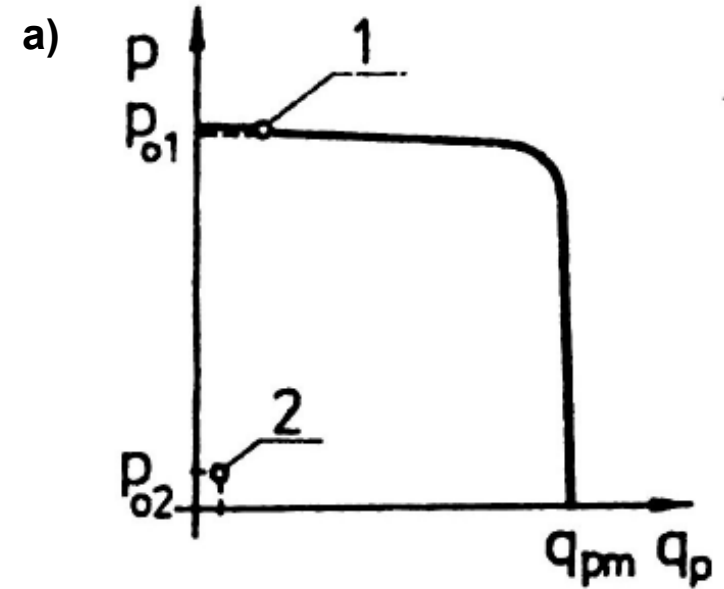
## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami

### Regulatory R1 + R2



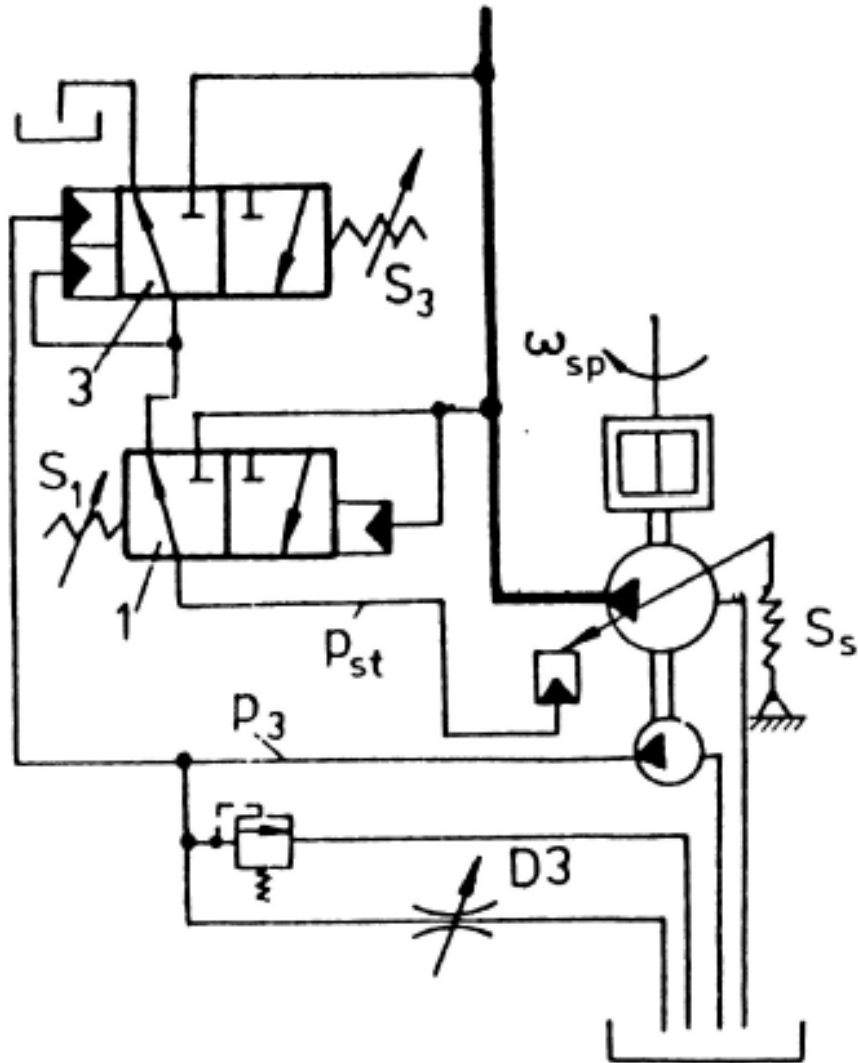
Schemat hydrauliczny napędu z regulatorami R1-a) +R 2-a),b)

### Charakterystyki napędu z regulatorami R1-a) + R2-a),b)



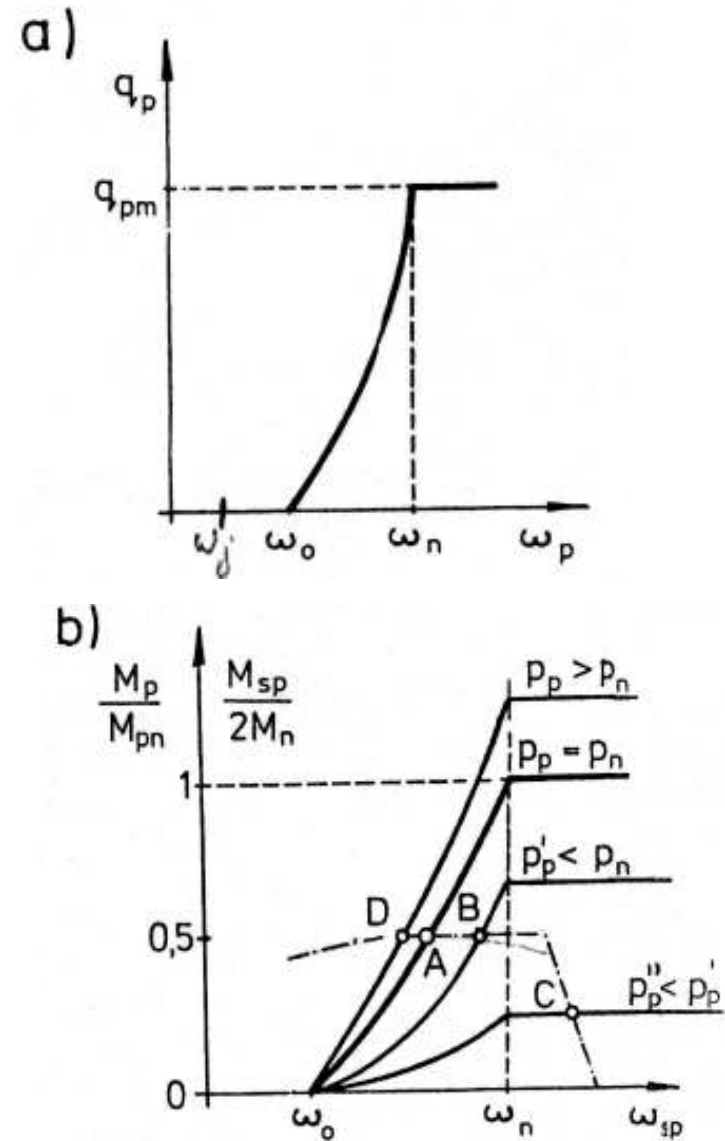
## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami

Regulatory R1 + R3



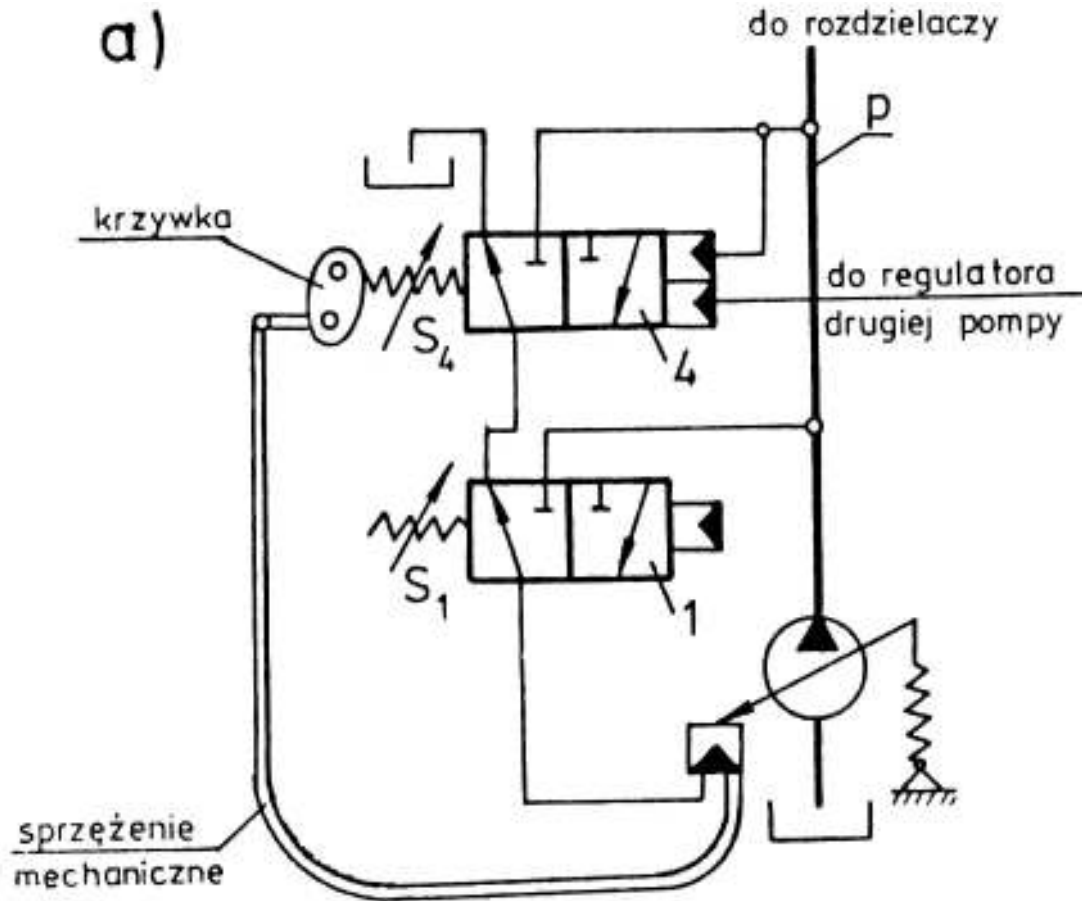
Schemat hydrauliczny napędu z regulatorami R1 + R3

Charakterystyki napędu z regulatorami R1 + R3

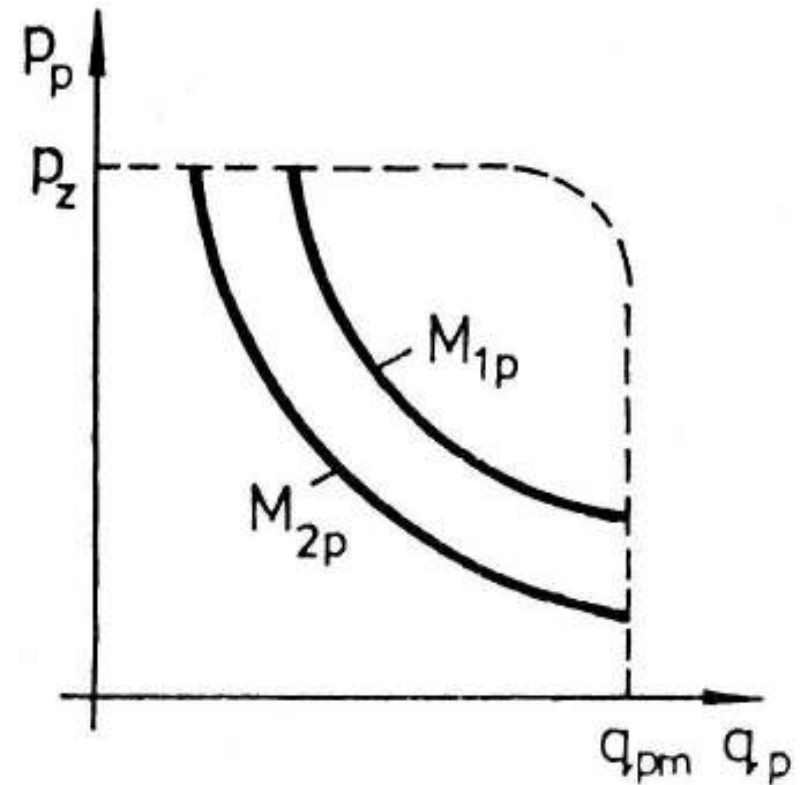


## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami

### Regulatory R1 + R4

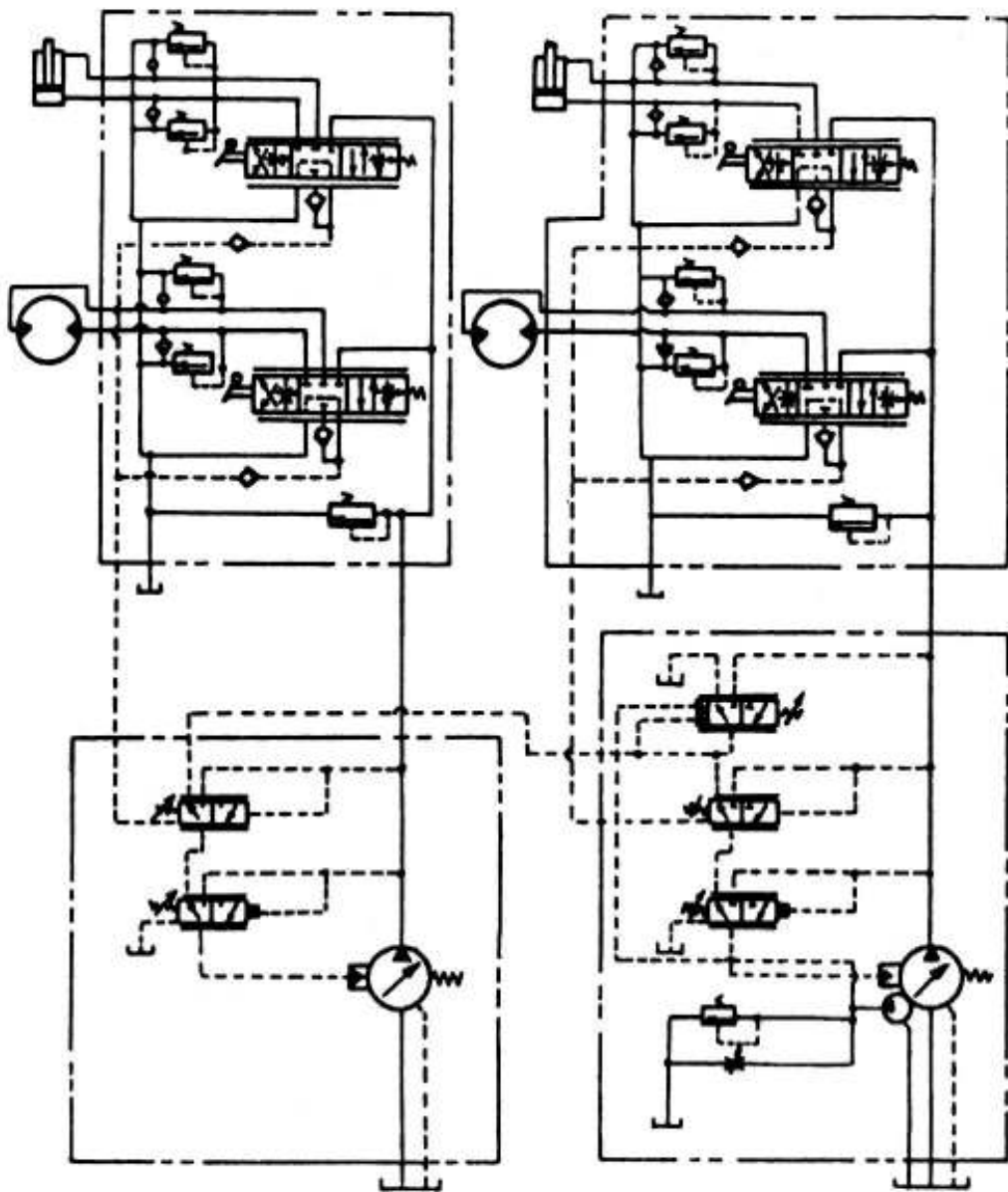


### Charakterystyki napędu z regulatorami R1 + R4



Schemat hydrauliczny napędu z regulatorami R1 + R4

## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami

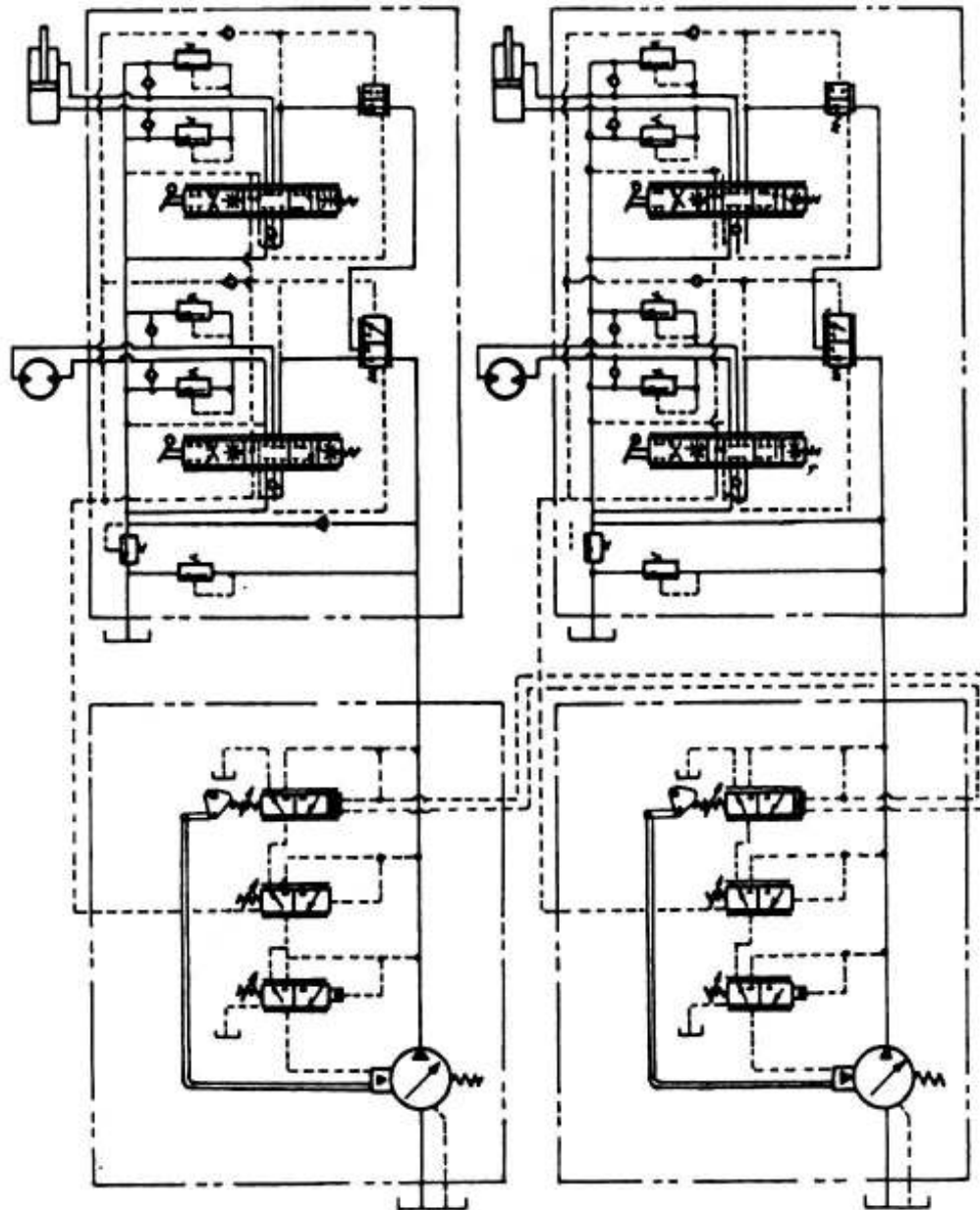


Dwuobwodowy napęd hydrostatyczny z pierwotnym silnikiem spalinowym z sumową regulacją stałej mocy

Regulatory R1 + R2 + R3



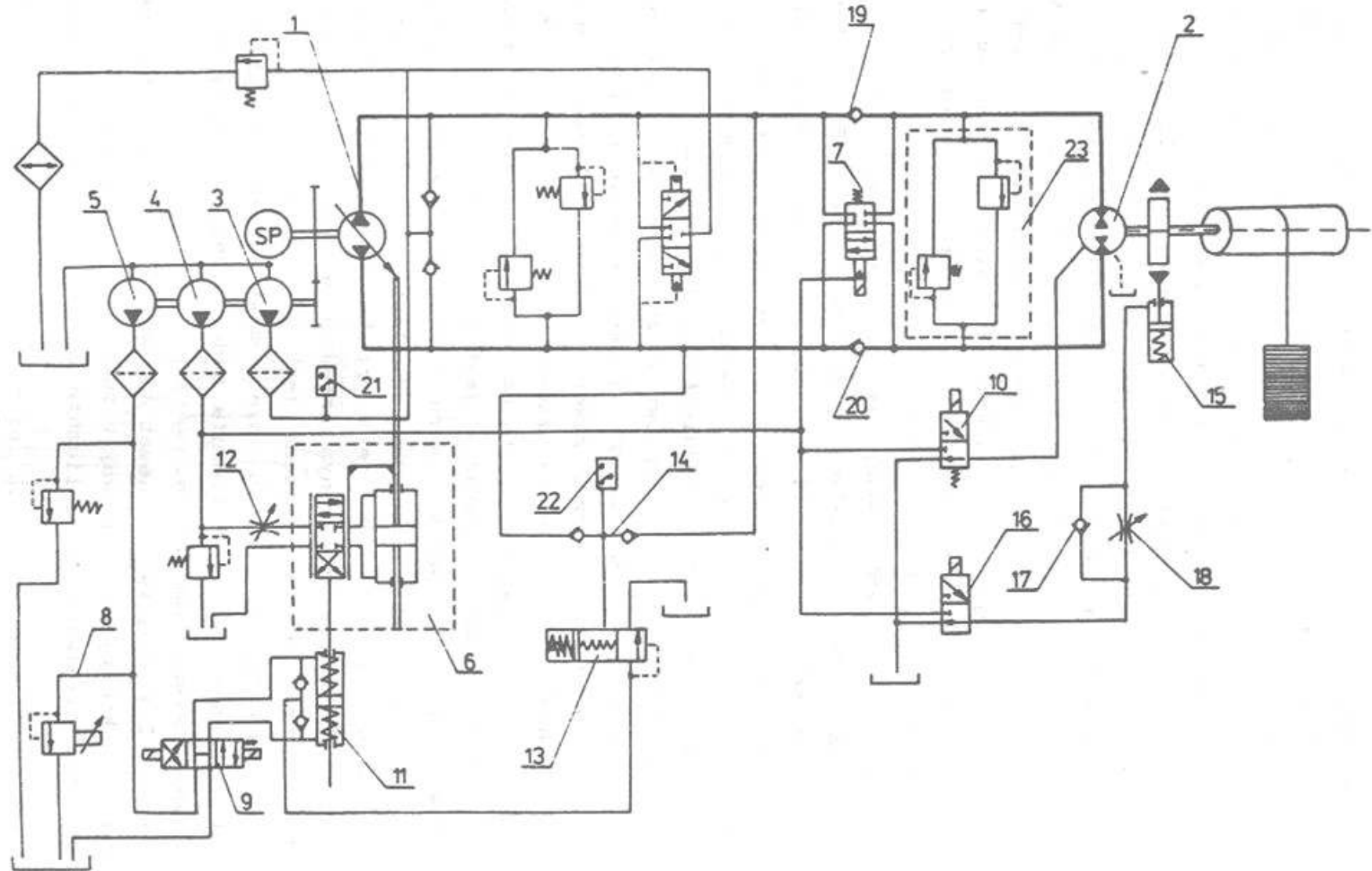
## 8. Układy hydrostatyczne o zmiennej wydajności sterowane rozdzielaczami



Dwuobwodowy napęd hydrostatyczny z pierwotnym silnikiem elektrycznym z sumową regulacją stałej mocy

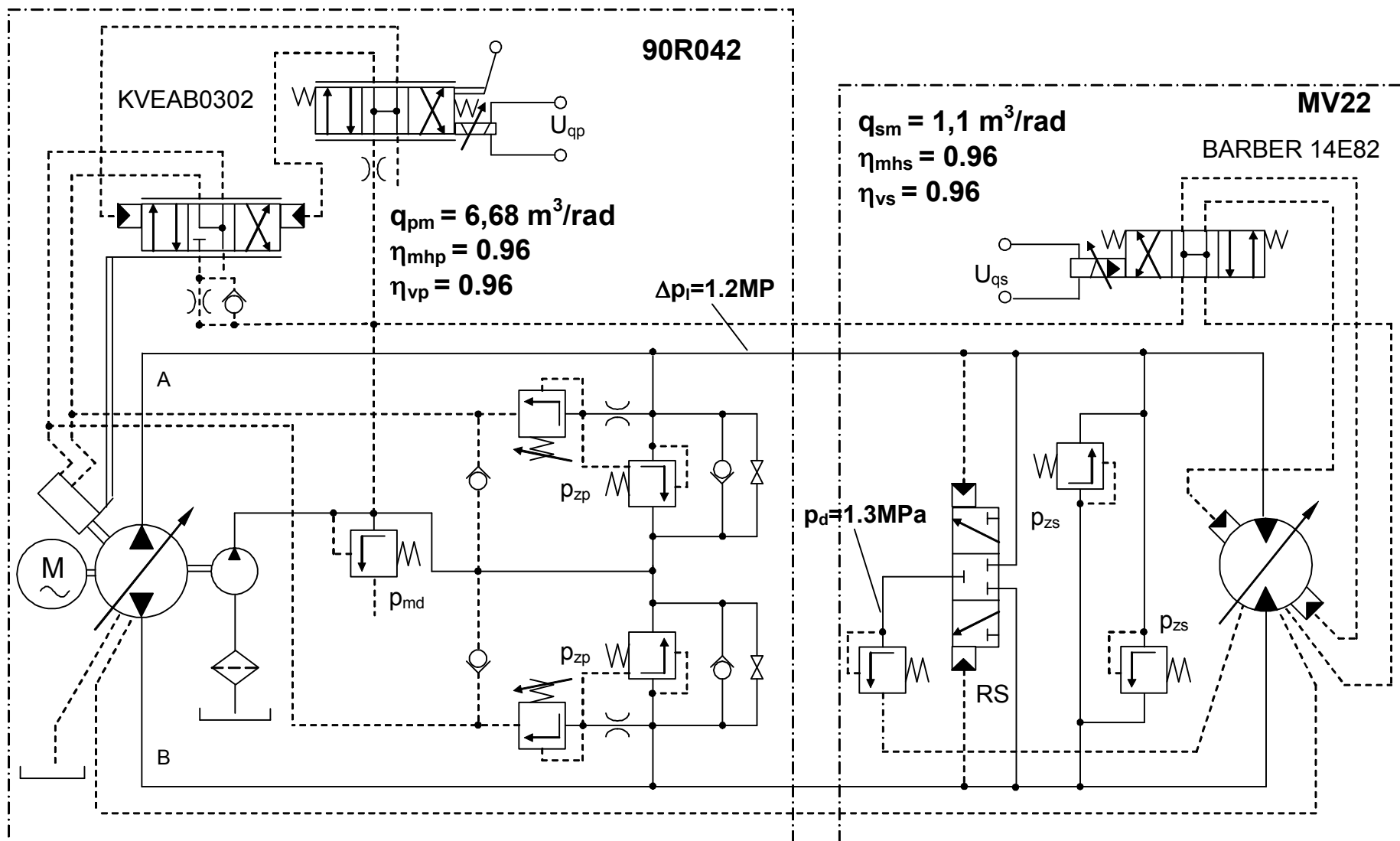
Regulatory R1 + R2 + R4

## 10. Układy hydrostatyczne o obiegach zamkniętych



Schemat hydrauliczny napędu hydrostatycznego o obiegu zamkniętym z pompą o zmiennej wydajności  
Mechanizm podnoszenia z napędem hydrostatycznym

## 10. Układy hydrostatyczne o obiegach zamkniętych



Schemat hydrauliczny napędu hydrostatycznego o obiegu zamkniętym z pompą i silnikiem hydrostatycznym o zmiennych objętościach jednostkowych

## 10. Układy hydrostatyczne o obiegach zamkniętych

Klatkowy asynchroniczny  
silnik indukcyjny

Dane techniczne:

Typ - SLe180L4

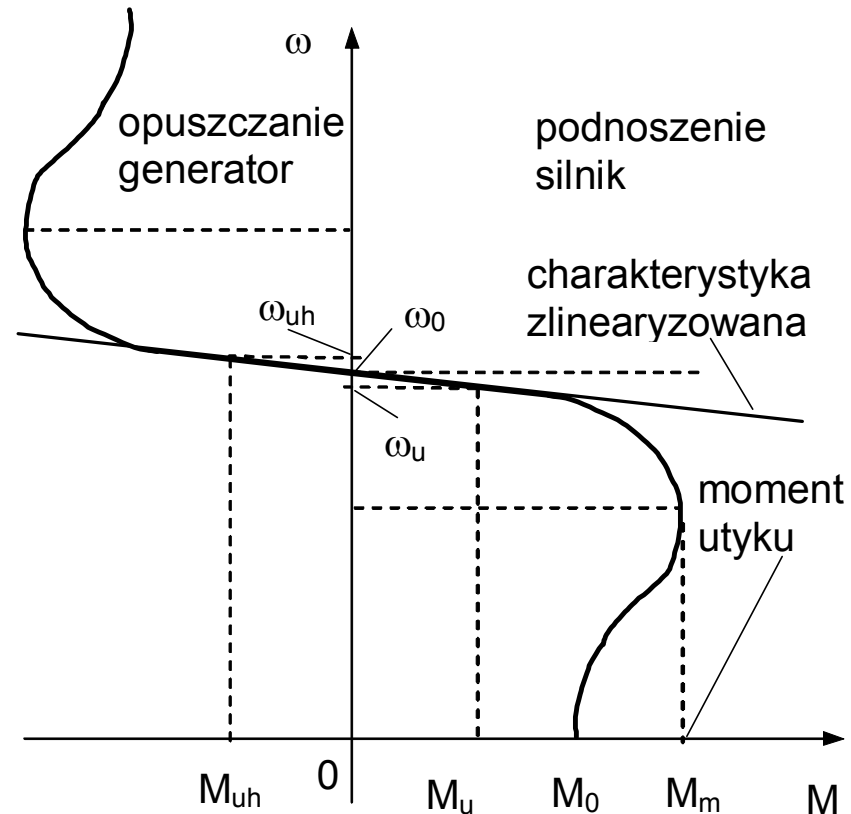
$N_n = 22$  [kW]

$n_n = 1465$  [obr/min]

$n_0 = 1500$  [obr/min]

$m = M_m/M_n = 2,5$

$M_0 = 0,8M_m$



Charakterystyka mechaniczna

Pompa hydrostatyczna o zmiennej wydajności, zmienna wydajność przy stałej prędkości obrotowej wału, zmienny kierunek przepływu.

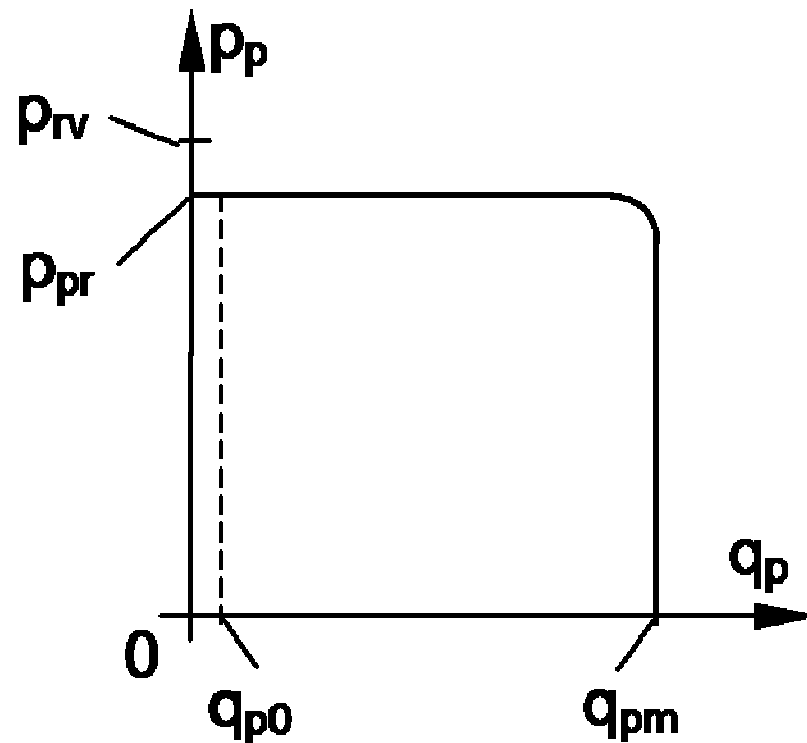
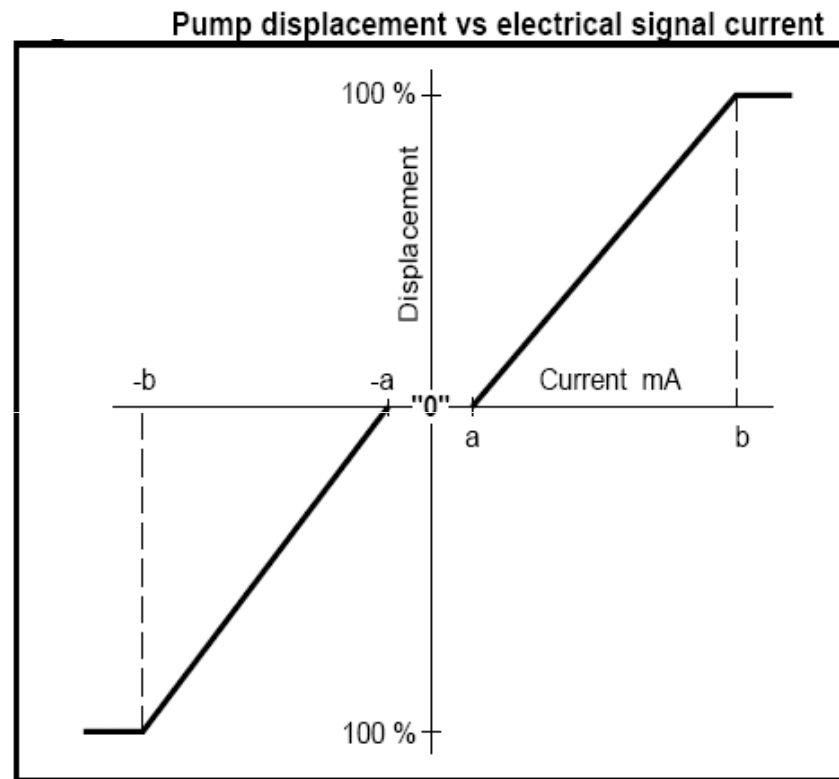
Dane techniczne: Type: SAUER-SUNSTRAND  
90R042-KA1NN80S3C3-003-GBA323224

$q_{pm} = 6,68 \text{ E-6}$  [m<sup>3</sup>/rad]  
 $= 42$  [cm<sup>3</sup>/rot]

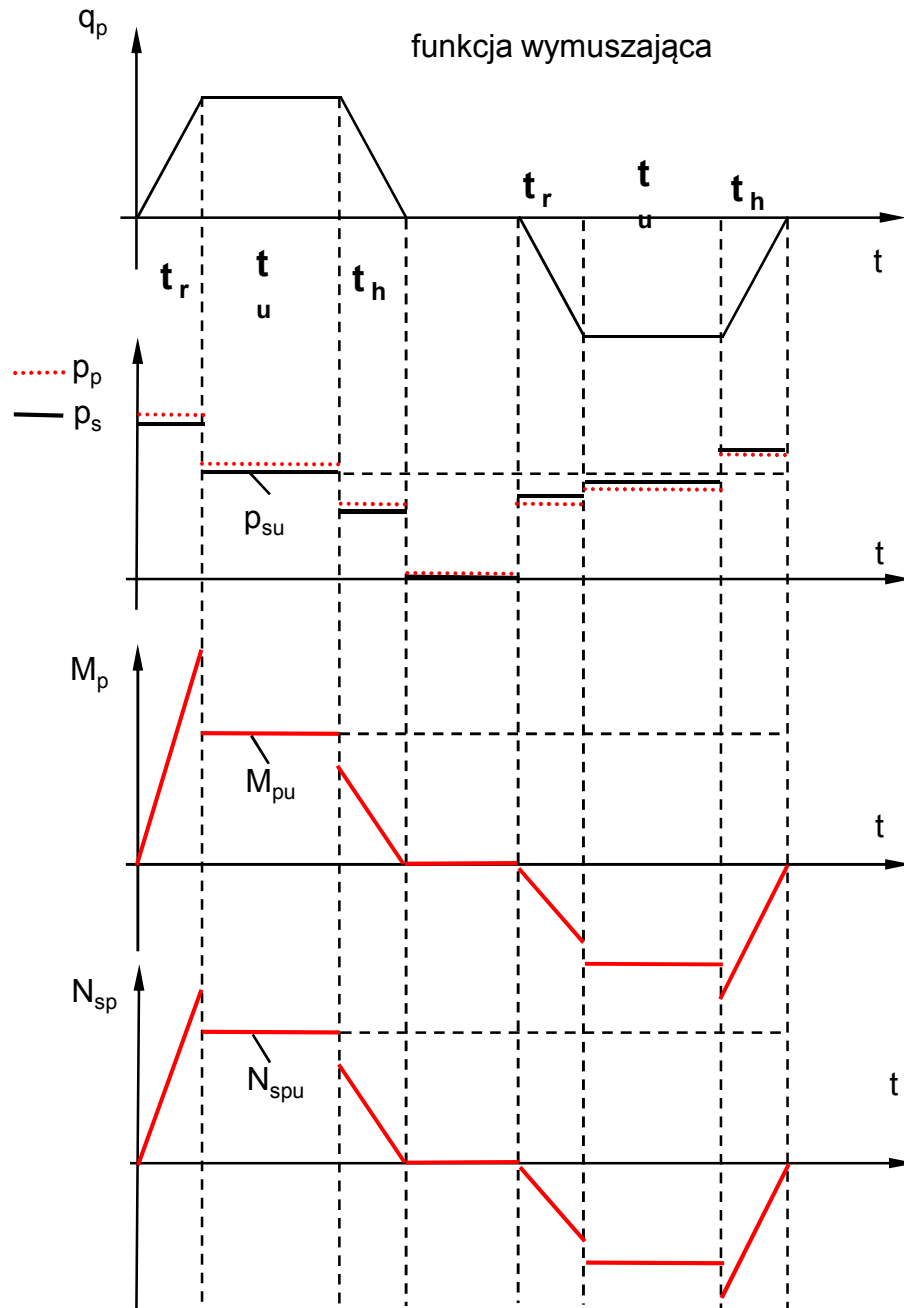
$\eta_{mhp} = 0,96$      $\eta_{vp} = 0,96$

## 10. Układy hydrostatyczne o obiegach zamkniętych

charakterystyka statyczna pompy



# 10. Układy hydrostatyczne o obiegach zamkniętych



$M_{su}, M_{suh}$  [Nm];

$$p_{su} = \frac{M_{su} \cdot q_s}{\eta_{mhs}} \quad (1) \quad p_{suh} = M_{suh} \cdot q_s \cdot \eta_{mhs} \quad (2)$$

$$p_{pu} = p_{su} + \Delta p_l \quad (3) \quad p_{puh} = p_{suh} - \Delta p_l \quad (4)$$

$$M_{spu} = \frac{p_{pu} \cdot q_{pm}}{\eta_{mhp}} \quad (5) \quad M_{spuh} = p_{puh} \cdot (-q_{pm}) \cdot \eta_{mhp} \quad (6)$$

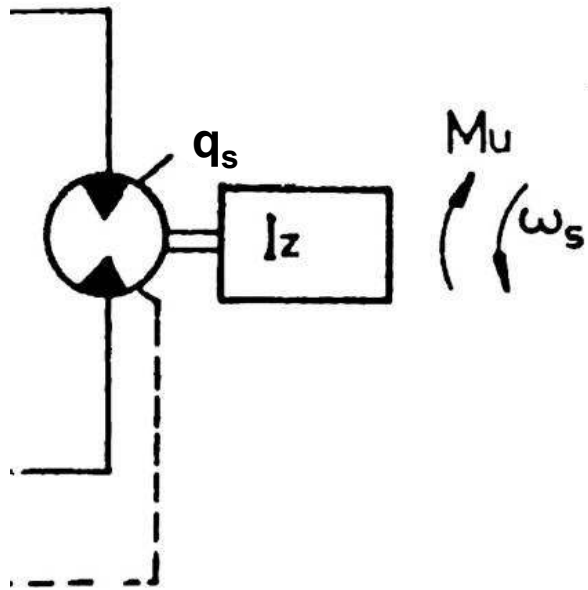
$$\omega_{spu} = \omega_0 - \frac{M_{spu}}{M_n} (\omega_0 - \omega_n) \quad (7)$$

$$\omega_{spuh} = \omega_0 + \frac{M_{spuh}}{M_n} (\omega_0 - \omega_n) \quad (8)$$

$$\omega_{su} = \frac{\omega_{spu} \cdot q_{pm} \cdot \eta_{vp} \cdot \eta_{vs}}{q_s} \quad (9) \quad \omega_{suh} = \frac{\omega_{spuh} \cdot (-q_{pm})}{q_s \cdot \eta_{vp} \cdot \eta_{vs}} \quad (10)$$

$$N_{spu} = M_{spu} \cdot \omega_{spu} \quad (11) \quad N_{spuh} = M_{spuh} \cdot \omega_{spuh} \quad (12)$$

## 10. Układy hydrostatyczne o obiegach zamkniętych



$$I_{zs} \cdot \frac{d\omega_s}{dt} = M_s - M_u = p_{sm} \cdot q_s \cdot \eta_{mhs} - M_u \quad (13)$$

$$p_{sm} = \frac{1}{q_s \cdot \eta_{mhs}} \cdot \left( I_{zs} \cdot \frac{\omega_{su}}{t_r} + M_u \right) \quad (14)$$

$$p_{pm} = p_{sm} + \Delta p_l \quad (15)$$

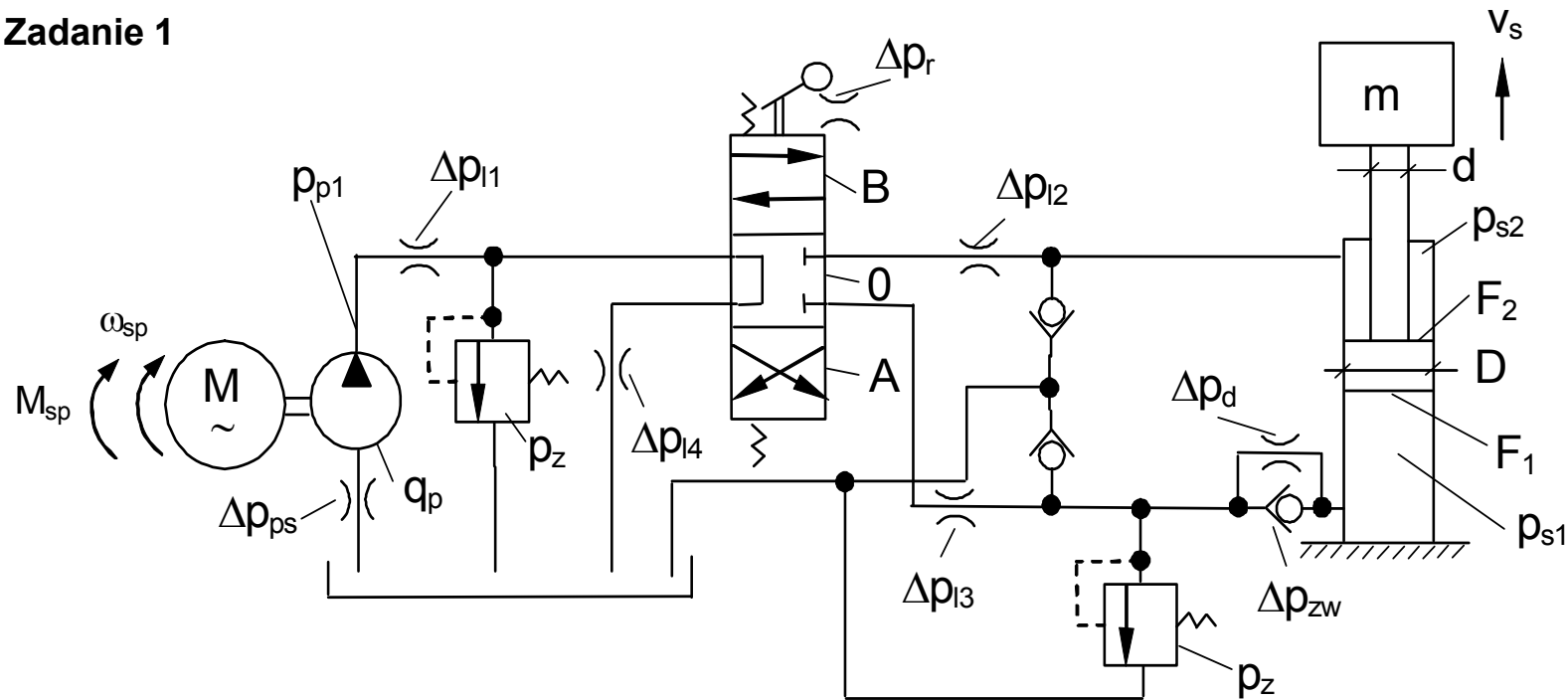
$$M_{spm} = \frac{p_{pm} \cdot q_{pm}}{\eta_{mhp}} \quad (16)$$

$$N_{spm} \approx M_{spm} \cdot \omega_{zn} \quad (17)$$

# 11. Przykłady obliczeniowe

## 11.1. Napęd o obiegu otwartym

### Zadanie 1



### Dane:

$m = 5000 \text{ kg}$ ;  $D = 80 \text{ mm}$ ;  $d = 40 \text{ mm}$ ;  $N_{zn} = 5 \text{ kW}$ ;  $n_{zn} = 1410 \text{ obr/min}$ ;  $n_0 = 1500 \text{ obr/min}$ ;

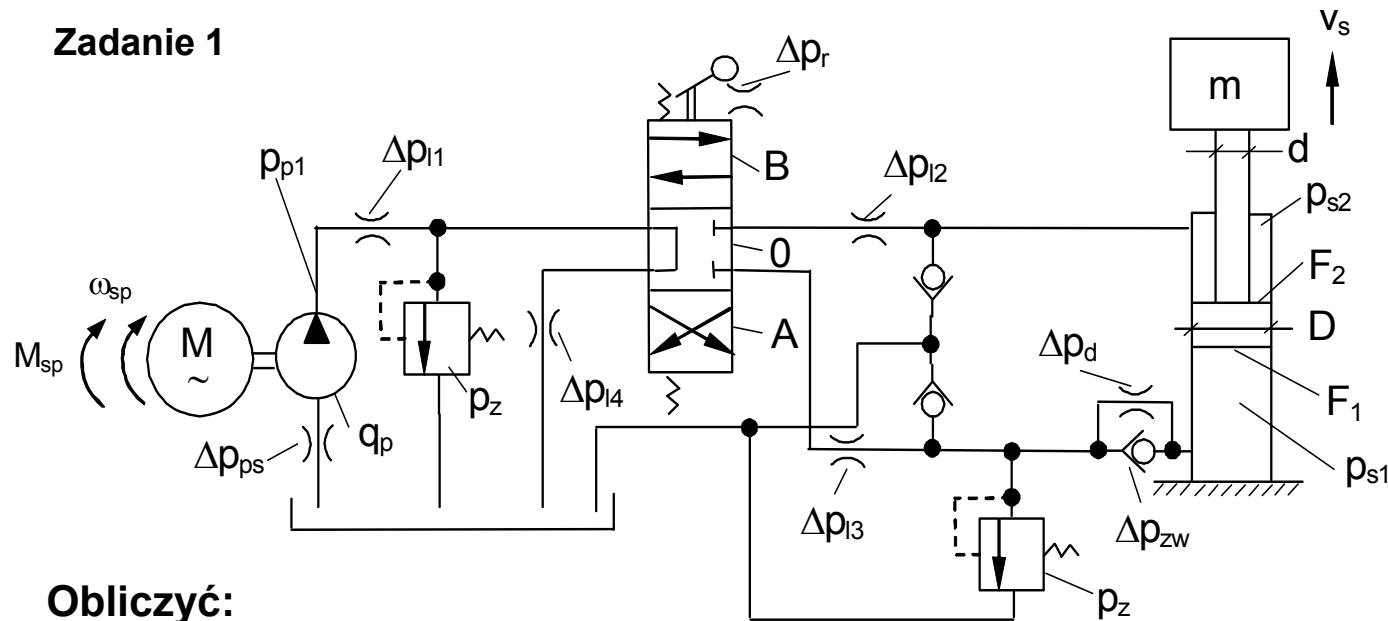
$q_p = 3,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{rad}$ ;  $\eta_{mhp} = 0,96$ ;  $\eta_{mhs} = 0,99$ ;  $\eta_{vp} = 0,95$ ;  $\eta_{vs} = 1,0$ ;  $\eta_{vl} \cong 1,0$ ;

$\Delta p_{l1} = 0,5 \text{ MPa}$ ;  $\Delta p_{l2} = 0,3 \text{ [MPa]}$ ;  $\Delta p_{l3} = 0,3 \text{ [MPa]}$ ;  $\Delta p_{l4} = 0,5 \text{ [MPa]}$ ;

$\Delta p_{ps} = -0,05 \text{ [MPa]}$ ;  $\Delta p_{zw} = 0,2 \text{ [MPa]}$ ;  $\Delta p_r = 0,3 \text{ [MPa]}$ ;  $p_z = 12 \text{ [MPa]}$ ;



## Zadanie 1



## Obliczyć:

1. Dla podnoszenia ładunku o masie  $m$  ruchem ustalonym:

$$p_{s1u} = ? ; p_{pu} = ? ; M_{1u} = ? ; \omega_{1u} = ? ; N_{1u} = ? ; v_{su} = ? ;$$

2. Dla opuszczania ładunku ruchem ustalonym:

Spadek ciśnienia na zaworze dławiącym  $\Delta p_d = ?$  taki aby  $p_{s2uh} = 1,2$  [MPa]  
oraz  $p_{puh} = ? ; M_{1uh} = ? ; \omega_{1uh} = ? ; N_{1uh} = ? ; v_{suh} = ? ;$

3. Moc traconą i bilans cieplny cyklu pracy układu przy następujących założeniach:

$F_z = 1,84$  m<sup>2</sup> – powierzchnia ścian zbiornika z uźebrowaniem,

$t_c = 50$  °C ;  $t_o = 20$  °C – temperatura cieczy roboczej i otoczenia,

$k_c = 12$  Wm<sup>-2</sup> °C<sup>-1</sup> – współczynnik przepływu ciepła między ściankami zbiornika i otoczeniem,

$T_c = 160$  s – całkowity czas cyklu roboczego obejmujący czas podnoszenia i opuszczania masy oraz czasy manipulacyjne i przestoju.

1. Dla podnoszenia ładunku o masie  $m$  ruchem ustalonym:

Zadanie 1

$$p_{s1u} = ? ; p_{pu} = ? ; M_{1u} = ? ; \omega_{1u} = ? ; N_{1u} = ? ; v_{su} = ? ;$$

$$p_{s1u} F_1 = \frac{mg + (\Delta p_{l4} + \Delta p_r + \Delta p_{l2}) F_2}{\eta_{mhs}} \quad p_{s1u} = \frac{mg + (\Delta \Delta_{l4} + \Delta p_r + \Delta p_{l2}) F_2}{F_1 \eta_{mhs}} = \mathbf{10,7 \text{ MPa}}$$

$$p_{pu} = p_{s1u} + \Delta p_{zw} + \Delta p_{l3} + \Delta p_r + \Delta p_{l1} - \Delta p_{ps} = \mathbf{12 \text{ MPa}}$$

$$M_{1u} = \frac{p_{pu} q_p}{\eta_{mhp}} = \mathbf{37,75 \text{ Nm}}$$

$$\omega_{1u} = \omega_0 - \frac{M_{1u}}{M_{zn}} (\omega_0 - \omega_{zn}) = \mathbf{146,6 \text{ rad/s}}$$

$$v_{su} = \frac{\omega_{1u} q_p \eta_{vp}}{F_1} = \mathbf{5,25 \text{ m/min}}$$

$$N_{1u} = -M_{1u} \omega_{1u} = \mathbf{-5,53 \text{ kW}}$$

2. Dla opuszczania ładunku ruchem ustalonym:

Spadek ciśnienia na zaworze dławiącym  $\Delta p_d = ?$  taki aby  $p_{s2uh} = 1,2$  [MPa]

oraz  $p_{puh} = ?$ ;  $M_{1uh} = ?$ ;  $\omega_{1uh} = ?$ ;  $N_{1uh} = ?$ ;  $v_{suh} = ?$ ;

$$(\Delta p_d + \Delta p_{l3} + \Delta p_r + \Delta p_{l4})F_1 = (mg + p_{s2uh} F_2)\eta_{mhs}$$

$$\Delta p_d = \frac{(mg + p_{s2uh} F_2)\eta_{mhs}}{F_1} - \Delta p_{l3} - \Delta p_r - \Delta p_{l4} = 9,46 \text{ MPa}$$

$$p_{puh} = p_{s2uh} + \Delta p_{l2} + \Delta p_r + \Delta p_{l1} - \Delta p_{ps} = 2,3 \text{ MPa}$$

$$M_{1uh} = \frac{p_{puh} q_p}{\eta_{mhp}} = 7,41 \text{ Nm} \quad \omega_{1uh} = \omega_0 - \frac{M_{1uh}}{M_{zn}} (\omega_0 - \omega_{zn}) = 155 \text{ rad/s}$$

$$N_{1uh} = -M_{1uh} \omega_{1uh} = -1,15 \text{ kW}$$

$$v_{suh} = \frac{\omega_{1uh} q_p \eta_{vp}}{F_2} = 7,41 \text{ m/min}$$

# 11. Przykłady obliczeniowe

## 11.1. Napęd o obiegu otwartym

### Zadanie 1

3. Moc traconą i bilans ciepły cyklu pracy układu przy następujących założeniach:

$F_z = 1,84 \text{ m}^2$  – powierzchnia ścian zbiornika z uźebrowaniem,

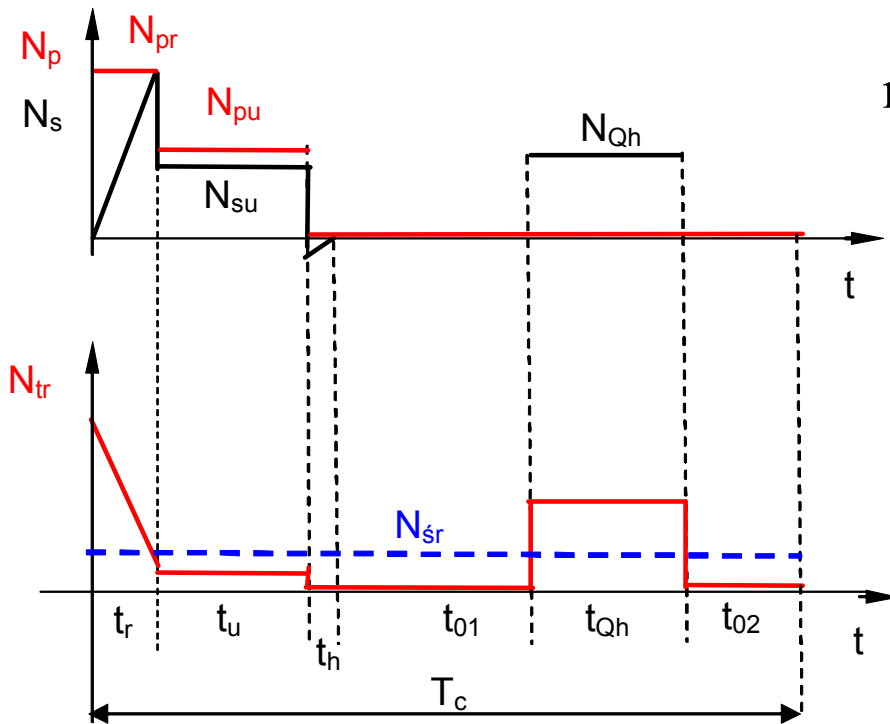
$t_c = 50 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $t_o = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  – temperatura cieczy roboczej i otoczenia,

$k_c = 12 \text{ Wm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  – współczynnik przepływu ciepła między ściankami zbiornika i otoczeniem,

$T_c = 160 \text{ s}$  – całkowity czas cyklu roboczego obejmujący czas podnoszenia i opuszczania masy oraz czasy manipulacyjne i przestoju.

$h = 1,5 \text{ m}$  – wysokość podnoszenia ładunku.

**Czas rozruchu przy podnoszeniu ładunku:**



$$t_u = \frac{h}{v_{su}} = 17,1 \text{ s}$$

$$m \cdot \frac{v_{su}}{t_r} = p_z \cdot F_1 - m \cdot g - F_2 \cdot (\Delta p_{12} + \Delta p_{14})$$

$$t_r = \frac{m \cdot v_{su}}{p_z \cdot F_1 - m \cdot g - F_2 \cdot (\Delta p_{12} + \Delta p_{14})} = 0,14 \text{ s}$$

**Tylko ruchy ustalone**

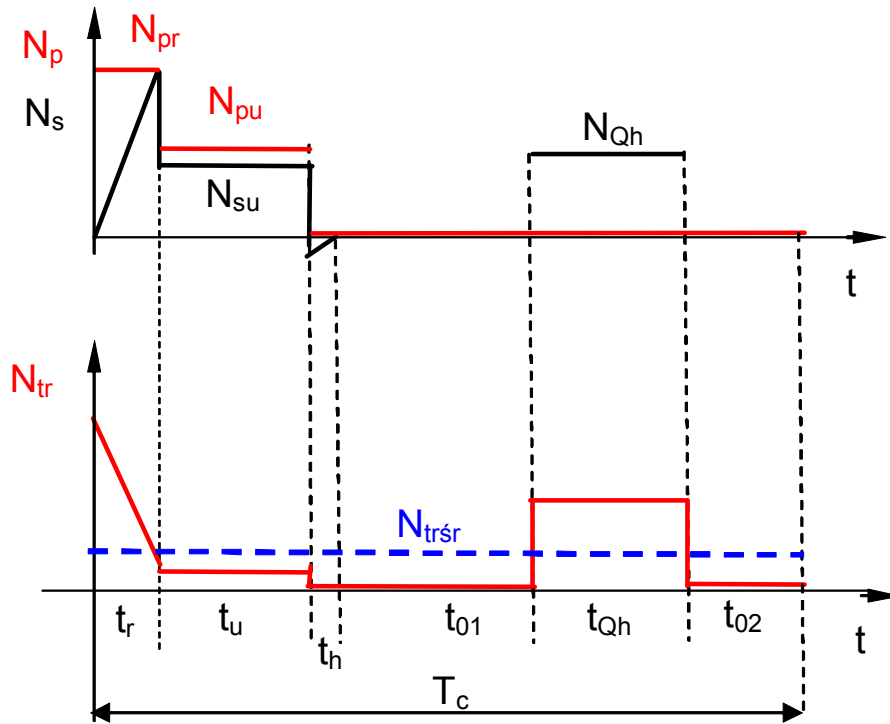
$$\eta_{cu} = \frac{m \cdot g \cdot v_{su}}{N_{1u}} = 0,7765$$

$$N_{tru} = N_{1u} (1 - \eta_{cu}) = 1236,7 \text{ W}$$

# 11. Przykłady obliczeniowe

## 11.1. Napęd o obiegu otwartym

Zadanie 1



Opuszczanie ładunku:

$$E_{uh} = m \cdot g \cdot h = 73575 \text{ J}$$

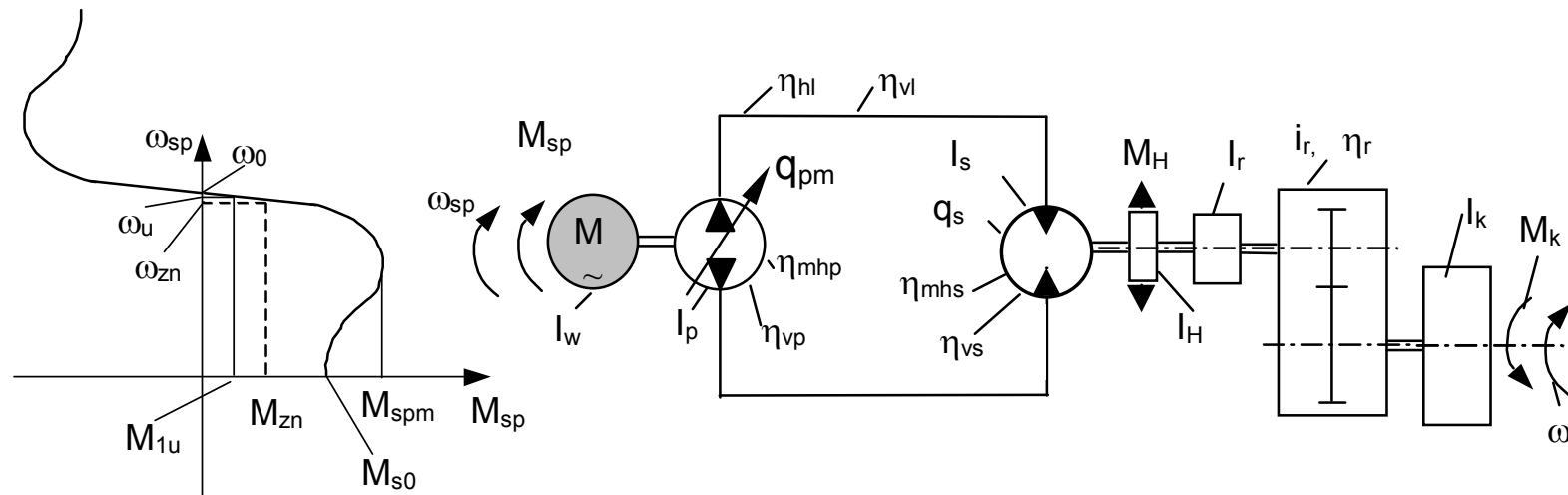
$$t_{uh} = \frac{h}{v_{suh}} = \frac{1,5}{0,1235} = 12,15 \text{ s}$$

$$N_{truh} = \frac{E_{uh}}{t_{uh}} = 6057,9 \text{ W}$$

$$N_{trsr} = \frac{N_{tr} \cdot t_u + N_{trh} \cdot t_{uh}}{T_c} = 592,2 \text{ W}$$

$$\Phi_{oz} = (t_c - t_o) k_c F_z = 662 \text{ W} > |N_{trsr}| = 592,2 \text{ [W]}$$

$$t_{crz} = \frac{|N_{trsr}|}{k_c F_z} + t_o = 47 \text{ }^\circ\text{C}$$



**Dane:**  $N_{zn} = 14 \text{ kW}$ ;  $n_{zn} = 1465 \text{ obr/min}$ ;  $n_0 = 1500 \text{ obr/min}$ ;  $M_{spm} = 2,5 M_{zn}$ ;  $M_{s0} = 1,8 M_{zn}$ ;  
 $M_H = 650 \text{ Nm}$ ;  $M_k = 2000 \text{ Nm}$ ;  $I_w = 0,08 \text{ kgm}^2$ ;  $I_p = 0,006 \text{ kgm}^2$ ;  $I_s = 0,23 \text{ kgm}^2$ ;  
 $I_H = 2,3 \text{ kgm}^2$ ;  $I_r = 0,001 \text{ kgm}^2$ ;  $I_k = 20 \text{ kgm}^2$ ;  
 $q_{pm} = 6,5E-06 \text{ m}^3/\text{rad}$ ,  $q_s = 40E-06 \text{ m}^3/\text{rad}$ ;  $\eta_{mhp} = 0,98$ ;  $\eta_{hl} = 0,99$ ;  $\eta_{mhs} = 0,97$ ;  
 $\eta_{vp} = 0,97$ ;  $\eta_{vl} = 0,99$ ;  $\eta_{vs} = 0,96$ ;  $i_r = 4,41$ ;  $\eta_r = 0,98$ ;

1. Dla okresu rozruchu - pompa od  $0 - q_{pm}$  w czasie  $t_r = 1,5 \text{ s}$  należy obliczyć:

$\varepsilon_{2r}$  - przyspieszenie wału silnika hydraulicznego,  $p_{sr}$  - spadek ciśnienia na silniku hydrostatycznym.

$M_{r1m}$  - moment na wale wejściowym reduktora,  $N_{r1m}$  - maksymalna moc na wale wejściowym reduktora,

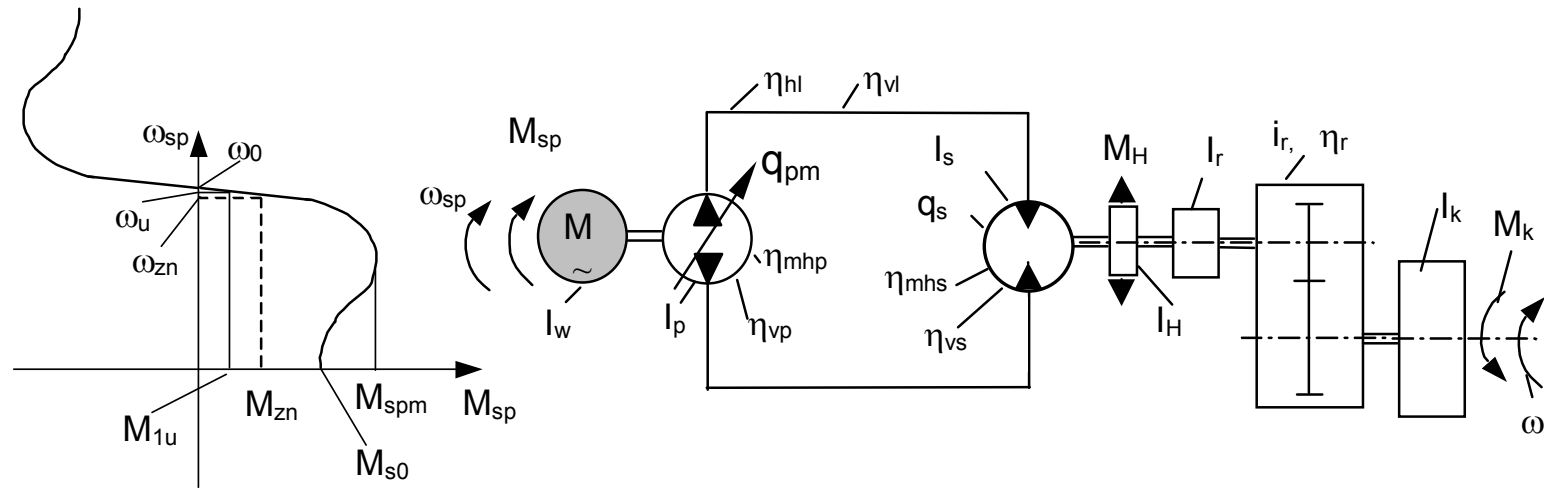
$p_{pr}$  - spadek ciśnienia na pompie,  $\varepsilon_{1r}$  - przyspieszenie wału silnika elektrycznego i pompy.

2. Hamowanie - pompa od  $q_{pm} - 0$  w czasie  $t_h = 1,5 \text{ s}$  należy obliczyć:

$p_{smh}$  - maksymalny spadek ciśnienia na silniku hydrostatycznym,

$M_{r1mh}$  - maksymalny moment na wale wejściowym reduktora,

$p_{ph}$  - maksymalny spadek ciśnienia na pompie,  $M_{wpmh}$  - maksymalny moment na wale pompy.



1. Dla okresu rozruchu - pompa od 0-  $q_{pm}$  w czasie  $t_r = 1,5s$  należy obliczyć:

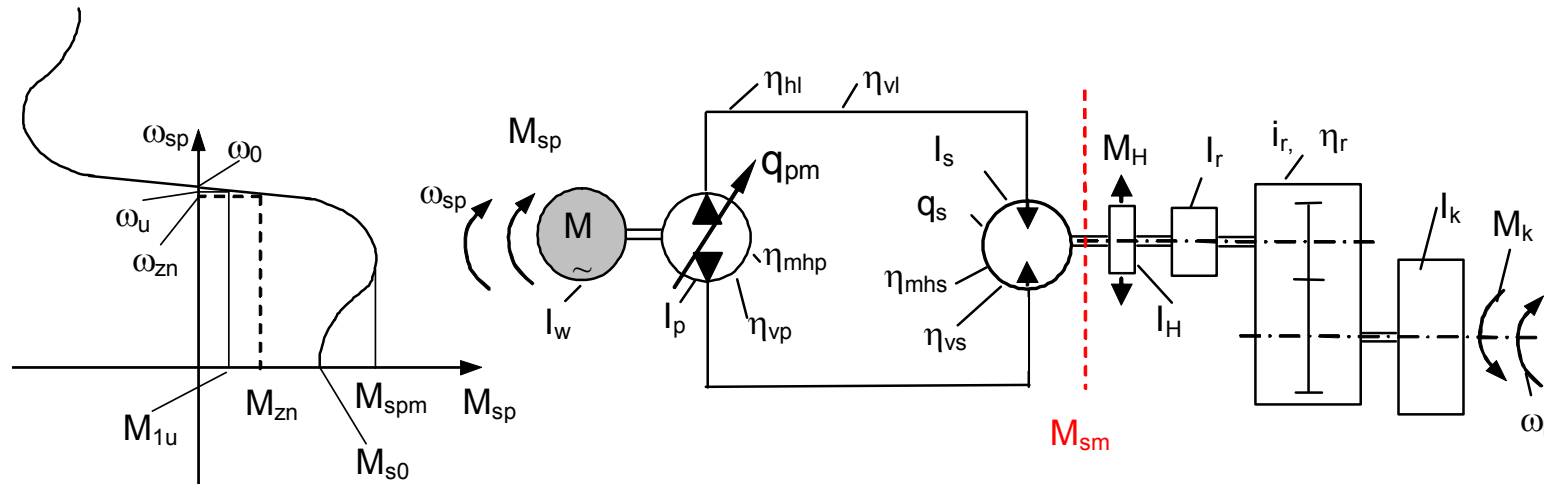
$\varepsilon_{2r}$  - przyspieszenie wału silnika hydraulicznego,

$$i_q = \frac{q_s}{q_p} = 6,154 \quad M_{1u} = \frac{M_k}{i_q i_r \eta_{mhp} \eta_{hl} \eta_{mhs} \eta_r} = 79,9 \text{ [Nm]}$$

$$\omega_{1u} = \omega_0 - \frac{M_{1u}}{M_{zn}} (\omega_0 - \omega_{zn}) = 153,87 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$\omega_{2u} = \frac{\omega_{1u} \eta_{vp} \eta_{vl} \eta_{vs}}{i_q} = 23,05 \text{ rad/s}$$

$$\varepsilon_{2r} = \frac{\omega_{2u}}{t_r} = 15,37 \text{ rad/s}^2$$



1. Dla okresu rozruchu - pompa od  $0-q_{pm}$  w czasie  $t_r = 1,5s$  należy obliczyć:  
 **$p_{sr}$  - spadek ciśnienia na silniku hydrostatycznym.**

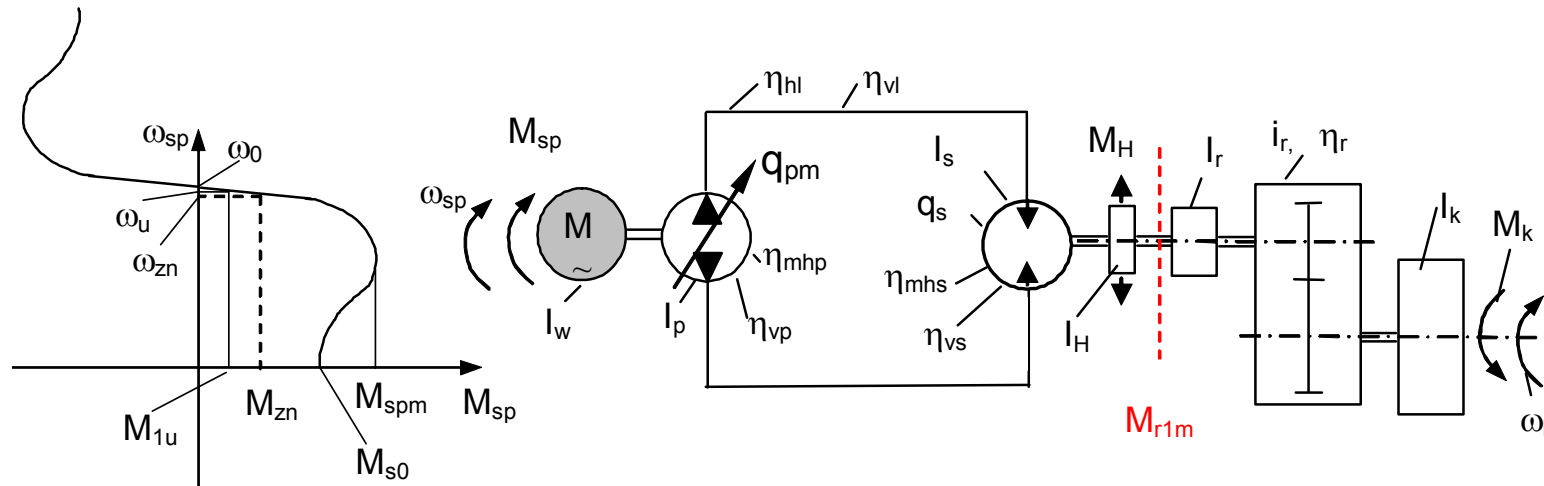
$$M_{2u} = \frac{M_k}{i_r \eta_r} = 462,8 \text{ [Nm]}$$

$$I_{z2k} = \frac{I_k}{i_r^2 \eta_r} = 1,0494 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$M_{sm} = M_{2u} + (I_s + I_H + I_r + I_{z2k}) \varepsilon_{2r} = 517,8 \text{ [Nm]}$$

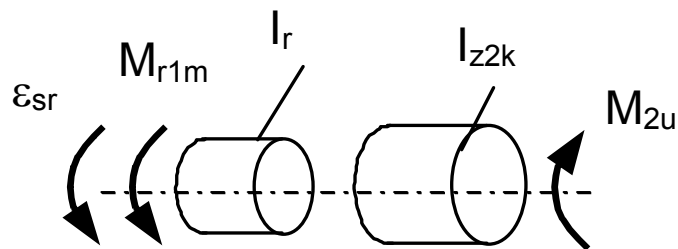
$$p_{sr} = \frac{M_{sm}}{q_s \eta_{mhs}} = 13,35 \text{ MPa}$$





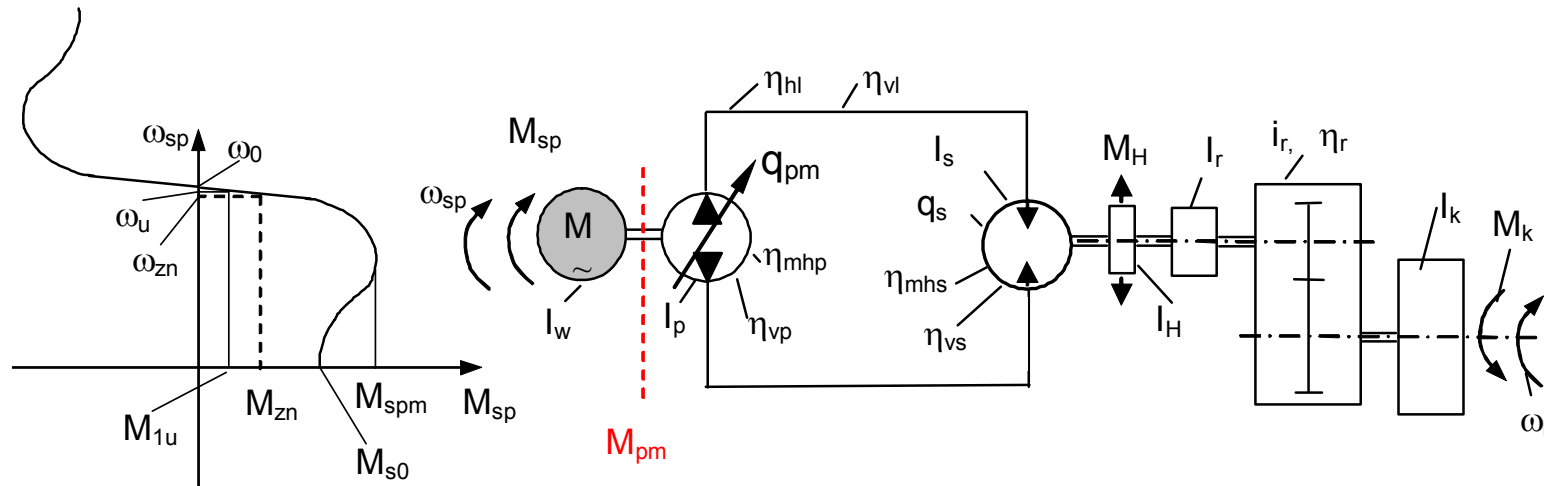
1. Dla okresu rozruchu - pompa od  $0-q_{pm}$  w czasie  $t_r = 1,5s$  należy obliczyć:

$M_{r1m}$  - moment na wale wejściowym reduktora,  $N_{r1m}$  - maksymalna moc na wale wejściowym reduktora ,



$$M_{r1m} = M_{2u} + (I_r + I_{z2k})\epsilon_{2r} = 478,9 \text{ Nm}$$

$$N_{r1m} = M_{r1m}\omega_{2u} = 11039 \text{ W} \approx 11 \text{ kW}$$



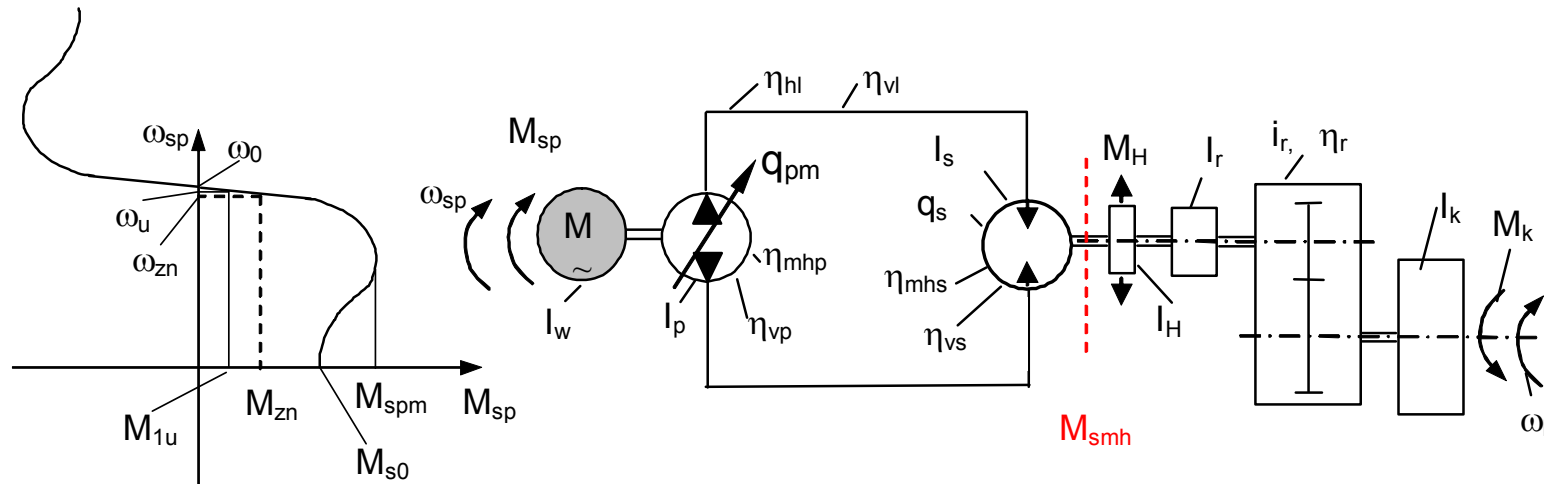
1. Dla okresu rozruchu - pompa od 0 -  $q_{pm}$  w czasie  $t_r = 1,5s$  obliczyć:

$p_{pr}$  - spadek ciśnienia na pompie,  $\varepsilon_{1r}$  - przyspieszenie wału silnika elektrycznego i pompy.

$$p_{pr} = \frac{p_{sr}}{\eta_{hl}} = 13,48 \text{ MPa} \quad M_{pm} = \frac{p_{pr} q_{pm}}{\eta_{mhp}} = 89,7 \text{ [Nm]}$$

$$\omega_{1kr} = \omega_0 - \frac{M_{pm}}{M_{zn}} (\omega_0 - \omega_{zn}) = 153,48 \text{ [rad/s]}$$

$$\varepsilon_{1r} = \frac{\omega_{1kr} - \omega_0}{t_r} = \frac{153,48 - 157,08}{1,5} = -2,4 \text{ rads}^{-2}$$



2. Hamowanie - pompa od  $q_{pm} = 0$  w czasie  $t_h = 1,5$  s należy obliczyć :

$p_{smh}$  - maksymalny spadek ciśnienia na silniku hydrostatycznym,

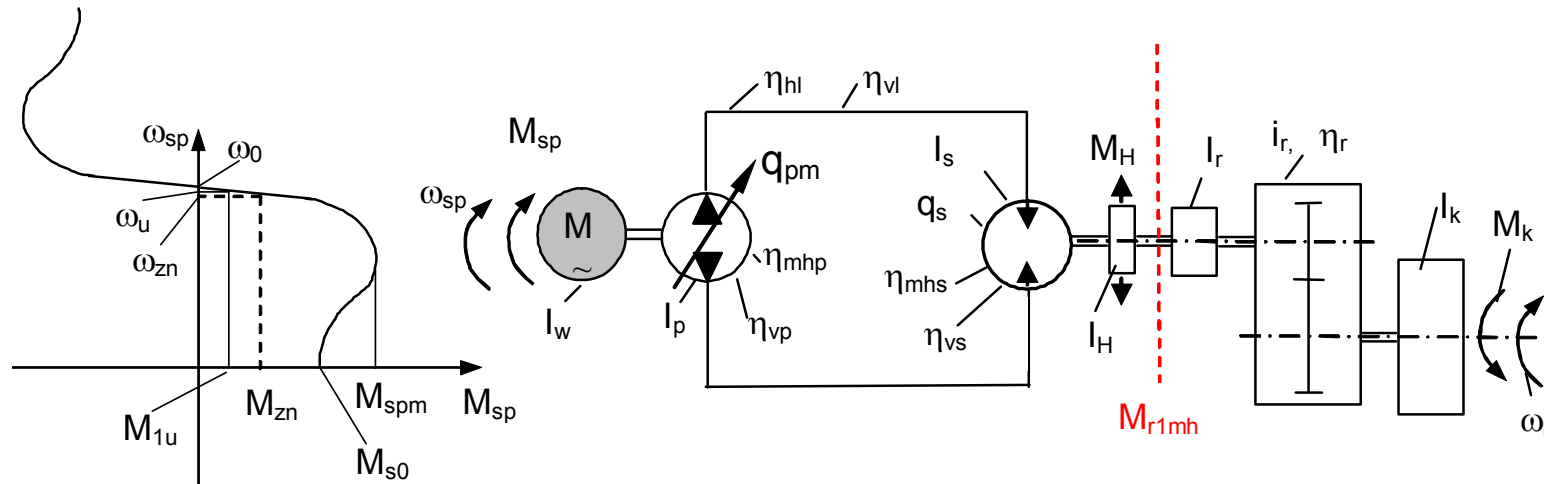
$$(I_s + I_H + I_r + I_{z2k}) \frac{d\omega_2}{dt} = M_{smh} - M_{2u}$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_{2h} = -\frac{\omega_{2u}}{t_h} = -\frac{23,05}{1,5} = -15,37 [\text{rad s}^{-2}]$$

$$M_{smh} = M_{2u} + (I_s + I_H + I_r + I_{z2k})\varepsilon_{2h} = 462,8 + (0,23 + 2,3 + 0,001 + 1,0494) \cdot (-15,37) = +407,7 [\text{Nm}]$$

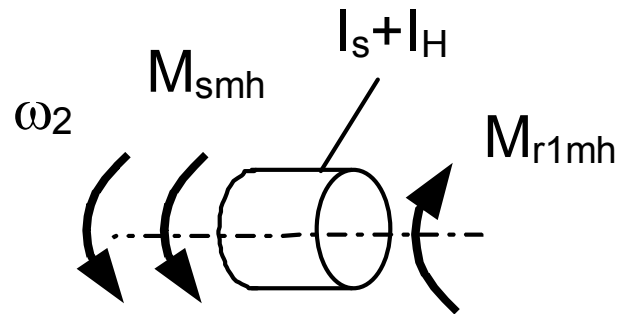
Dodatnia wartość tego momentu oznacza, że jego zwrot został dobrze założony i silnik hydrauliczny rozwija w okresie hamowania moment czynny (pompa pracuje jako pompa a silnik jako silnik).

$$p_{sh} = \frac{M_{smh}}{q_s \eta_{mhs}} = 10,51 \text{ MPa}$$



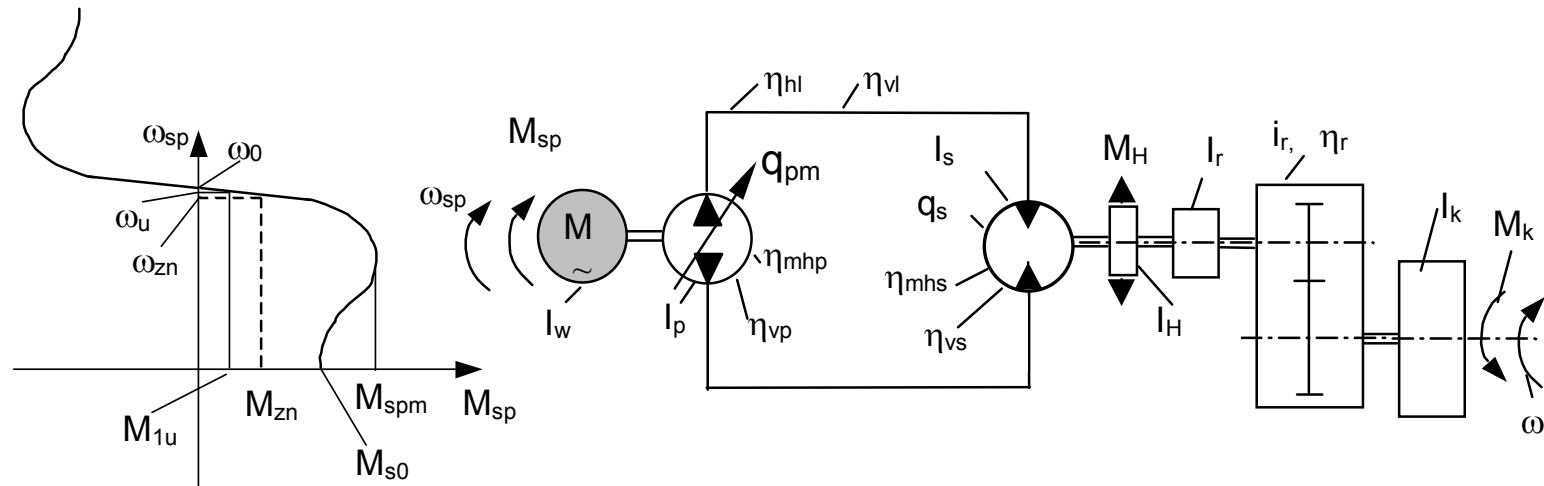
2. Hamowanie - pompa od  $q_{pm} - 0$  w czasie  $t_h = 1,5$  s należy obliczyć :

$M_{r1mh}$  - maksymalny moment na wale wejściowym reduktora,



$$(I_s + I_H) \frac{d\omega_2}{dt} = M_{smh} - M_{r1mh}$$

$$M_{r1mh} = M_{smh} - (I_s + I_H) \varepsilon_{2h} = 446,6 \text{ Nm}$$



2. Hamowanie - pompa od  $q_{pm} - 0$  w czasie  $t_h = 1,5$  s należy obliczyć :

$p_{ph}$  - maksymalny spadek ciśnienia na pompie,  $M_{wpmh}$  - maksymalny moment na wale pompy.

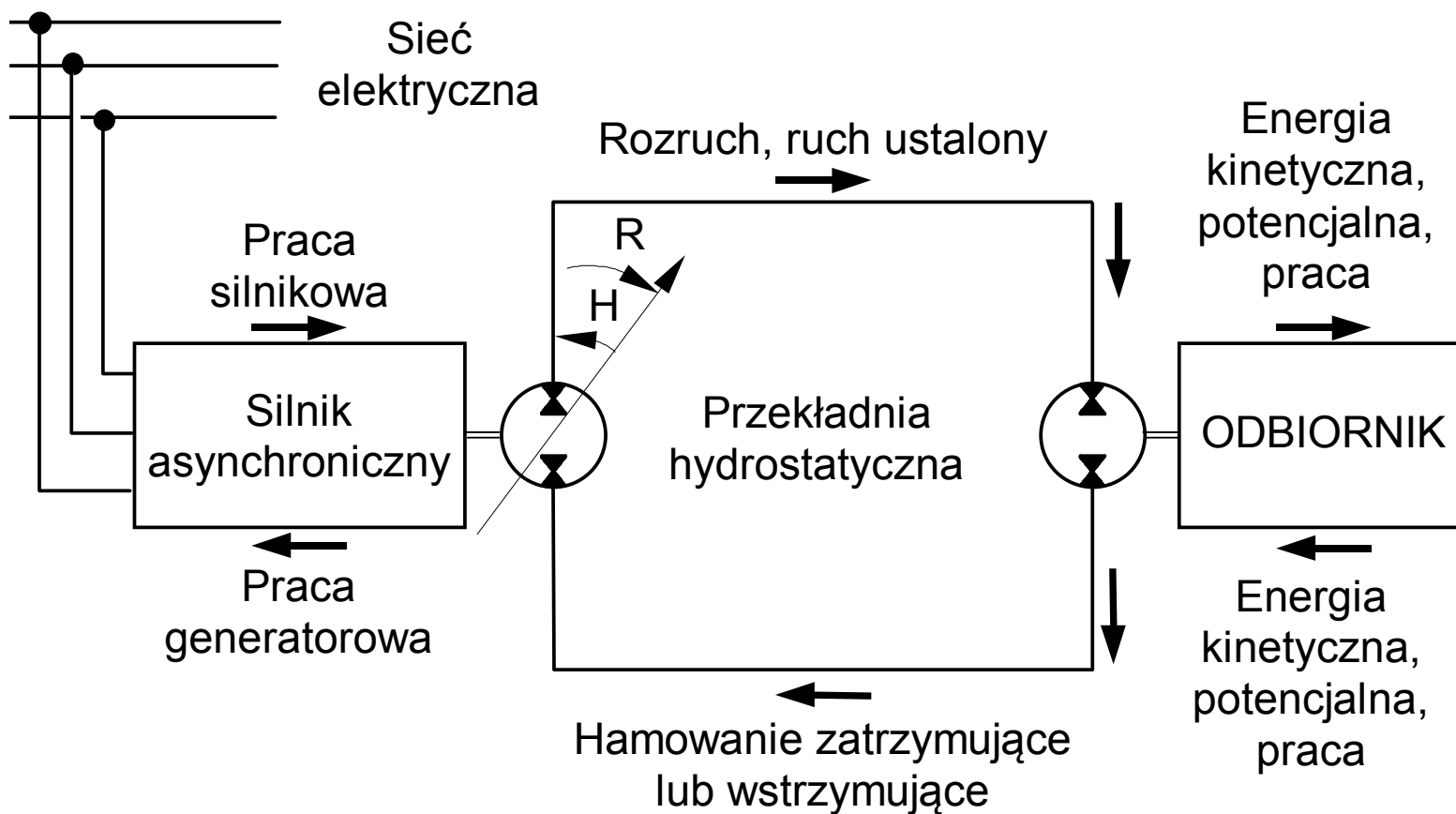
$$p_{ph} = \frac{p_{sh}}{\eta_{hl}} = 10,62 \text{ MPa}$$

Maksymalny moment na wale pompy  $M_{wpmh}$  wyznaczmy dla początkowej chwili hamowania, w której pompa nastawiona jest na maksymalną swoją wydajność.

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_{1h} = \frac{\omega_0 - \omega_{1u}}{t_h} = 2,1396 [\text{rad s}^{-2}]$$

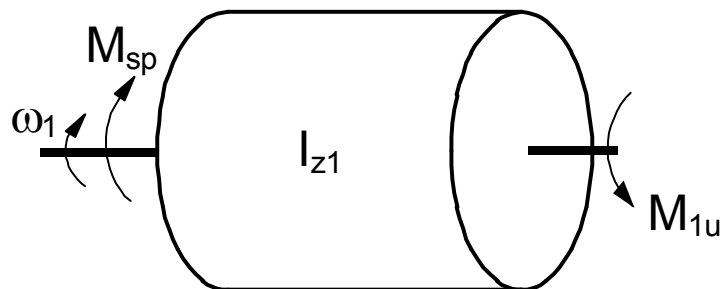
$$M_{wpmh} = \frac{p_{ph} q_p}{\eta_{mhp}} + I_p \varepsilon_{1h} = 70,6 \text{ Nm}$$

## 12. Zapotrzebowanie i przepływ energii w układach napędowych

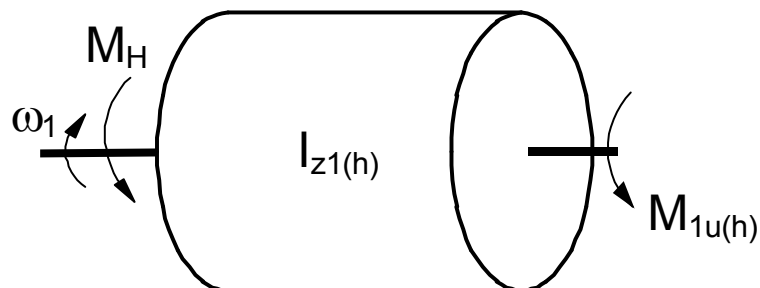


## 12.1. Obliczenia energetyczne cyklu roboczego układu napędowego.

a) rozruch, ruch ustalony



b) hamowanie



Modele fizyczne dla biernego obciążenia zewnętrznego.

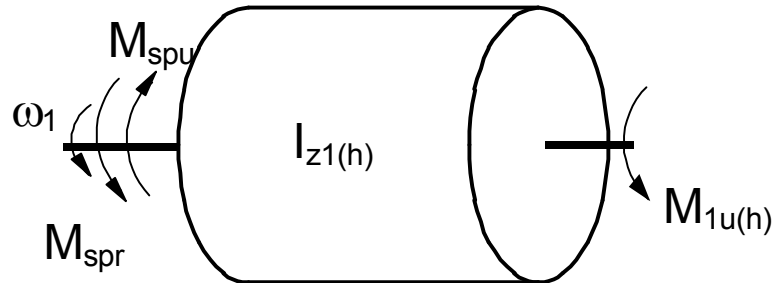
$$E_{rb} = M_{ssr} \varphi_{1rb} = \frac{I_{z1} \omega_{1u}^2}{2} + M_{1u} \varphi_{1rb} \quad (1) \quad \varphi_{1rb} = \frac{t_r \omega_{1u}}{2} \quad (2)$$

$$E_{ub} = M_{1u} \varphi_{1u} = M_{1u} \omega_{1u} t_u \quad (3)$$

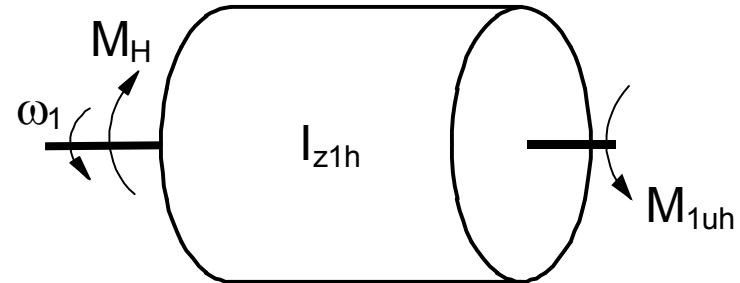
$$E_{hb} = M_H \varphi_{1hb} = \frac{I_{z1(h)} \omega_{1u}^2}{2} - M_{1u(h)} \varphi_{1hb} \quad (4) \quad \varphi_{1hb} = \frac{t_h \omega_{1u}}{2} \quad (5)$$

## 12.1. Obliczenia energetyczne cyklu roboczego układu napędowego.

a) rozruch, ruch ustalony



b) hamowanie



Modele obliczeniowe dla czynnego obciążenia zewnętrznego.

$$E_{rh} = M_{ssr} \varphi_{1rh} = \frac{I_{z1(h)} \omega_{1uh}^2}{2} - M_{1u(h)} \varphi_{1rh} \quad (6)$$

$$\varphi_{1rh} = \frac{t_r \omega_{1uh}}{2} \quad (7)$$

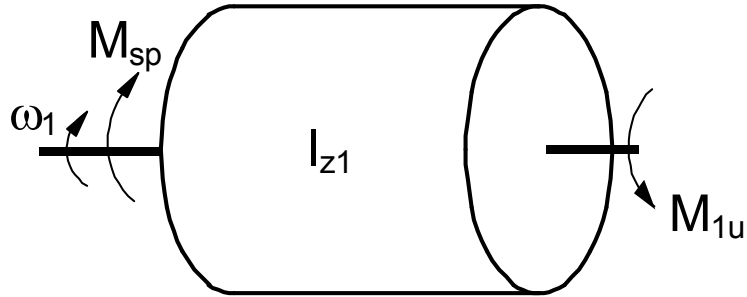
$$E_{uh} = M_{1u(h)} \varphi_{1uh} = M_{1u(h)} \omega_{1uh} t_u \quad (7)$$

$$E_{hc} = M_H \varphi_{1hc} = \frac{I_{z1h} \omega_{1uh}^2}{2} + M_{1uh} \varphi_{1hc} \quad (8)$$

$$\varphi_{1hc} = \frac{t_h \omega_{1uh}}{2} \quad (9)$$



### 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.



Model fizyczny układu napędowego.

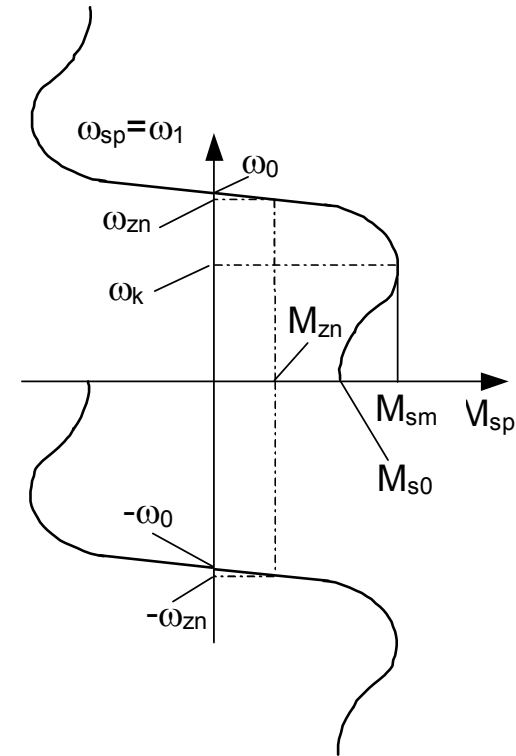
$$I_{z1} \frac{d\omega_1}{dt} = M_{sp} - M_{1u} \quad (1) \quad \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_{sp} - M_{1u}}{I_{z1}} \quad (2)$$

$$M_{sp} = \frac{2M_{sm}}{\frac{s_{sp}}{s_k} + \frac{s_k}{s_{sp}}} \quad (3) \quad s_{sp} = \frac{\omega_0 - \omega_{sp}}{\omega_0} \quad (4)$$

$$s_k = \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \quad (5)$$

$$M_{sp} = \frac{2M_{sm}}{\frac{\omega_0 - \omega_1}{s_k} + \frac{s_k}{\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0}}} \quad (6)$$

$$M_{1u} = M_1 + \Delta M_1 = M_1 + \psi \omega_1 \quad (7)$$



Charakterystyka mechaniczna klatkowego silnika indukcyjnego.

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{1}{I_{z1}} \left[ \frac{2M_{sm}}{\frac{\omega_0 - \omega_1}{s_k} + \frac{s_k}{\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0}}} - M_1 - \psi \omega_1 \right] \quad (8)$$

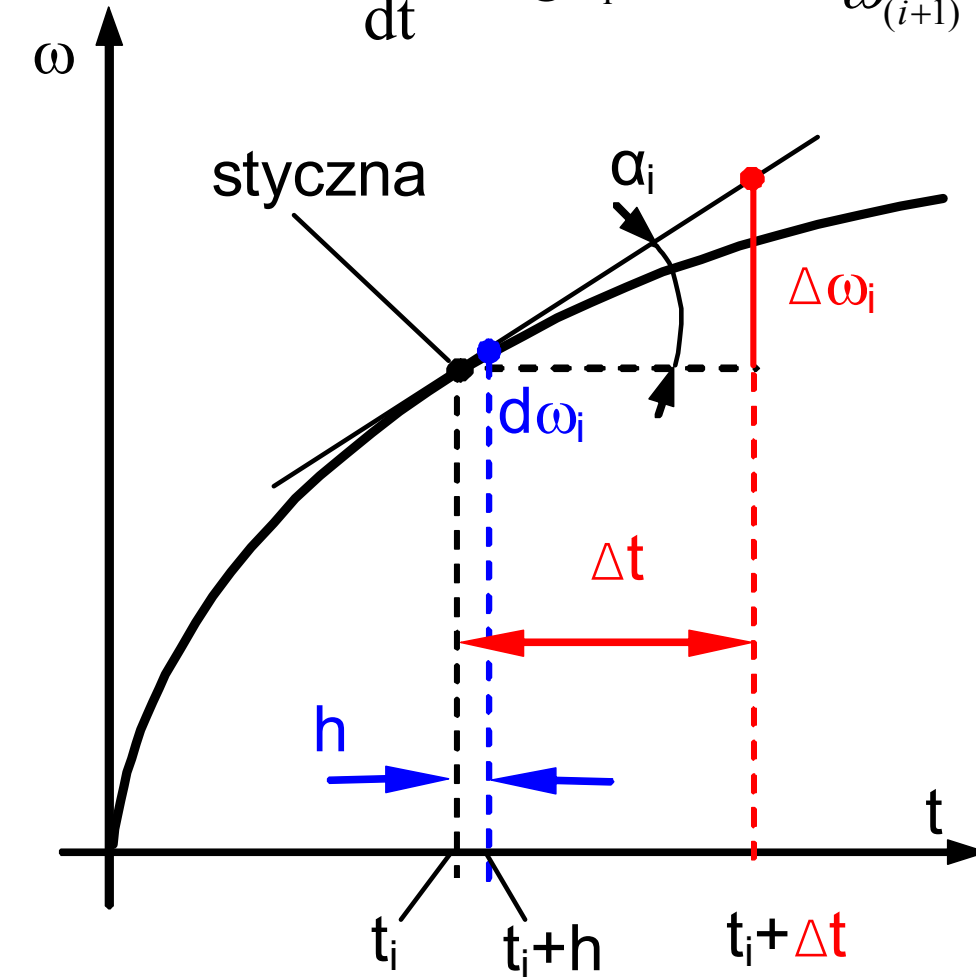
### 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

**Metoda Eulera.**

Wartość początkowa: dla  $t = 0$   $\omega_1 = \omega_{10}$ . np.  $\omega_{10} = 0$ .  $h$  – krok całkowania np.  $h = 0,001$  [s]

$$\omega = f(t) \quad \frac{d\omega_i}{dt} = \text{tg}\alpha_i$$

$$\omega_{(i+1)} = \omega_i + \frac{d\omega_i}{dt} \cdot h = \omega_i + d\omega_i$$



$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_0 + d\omega_0 \\ \omega_2 &= \omega_1 + d\omega_1 \\ \omega_3 &= \omega_2 + d\omega_2 \end{aligned} \quad (9)$$

.....

$$\omega_n = \omega_{(n-1)} + d\omega_{(n-1)}$$

$$\begin{aligned} t_1 &= dt \\ t_2 &= t_1 + dt \\ t_3 &= t_2 + dt \end{aligned} \quad (10)$$

.....

$$t_n = t_{(n-1)} + dt$$

Po przejściu układu do ruchu ustalonego przyrosty prędkości kątowej  $d\omega_1 = 0$ .

### 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

---

Zmienne stanu  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ .

Dla  $t = t_0$  wartości początkowe zmiennych,  $x_1(t_0), \dots, x_n(t_0)$ .

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_g(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t] \\ \dot{x}_2(t) &= f_2[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t] \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

### 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

---

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \\ f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ f_n(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \quad (16)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) \\ f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ f_n(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) \quad (18)$$

### 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad (19) \quad \left. \begin{array}{l} y_1(t) = \varphi_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t) \\ y_2(t) = \varphi_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m(t) = \varphi_m(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t), z_1(t), z_2(t), \dots, z_g(t), t) \end{array} \right\} \quad (20)$$

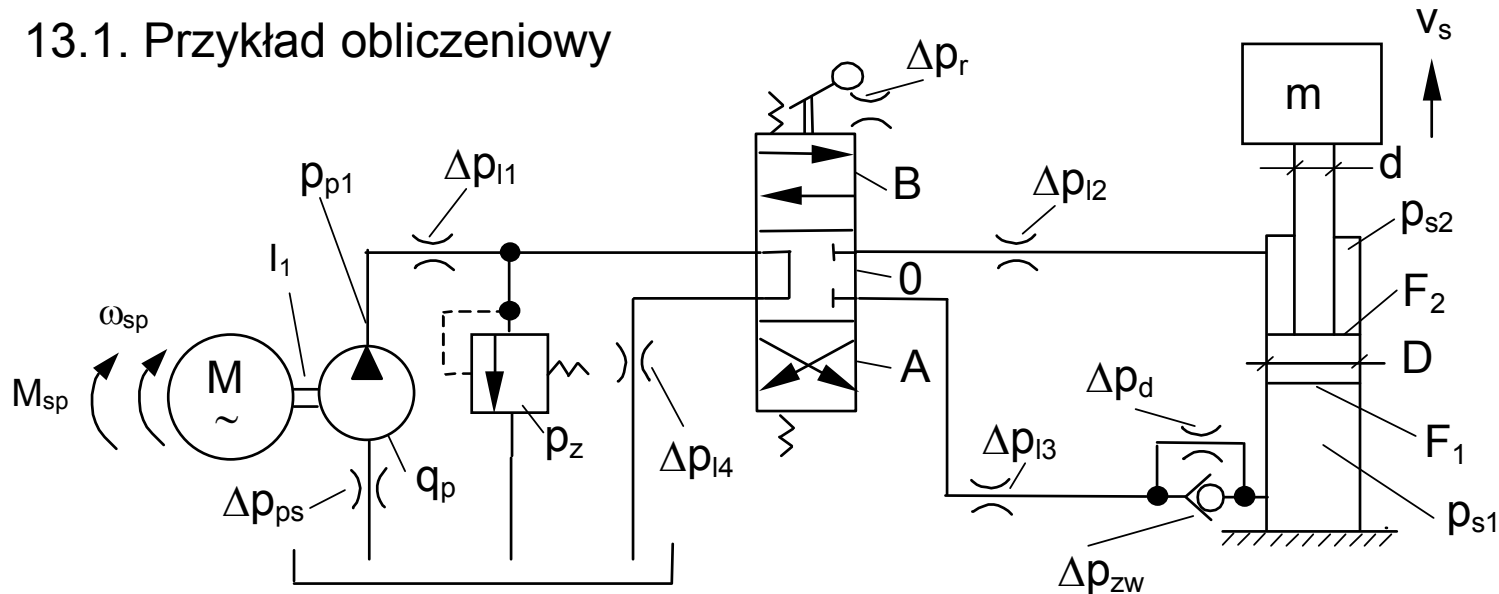
$$\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \\ \varphi_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_m(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{y}(t) = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}, t) \quad (22)$$

$$\mathbf{y}(t) = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) \quad (23)$$

## 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

### 13.1. Przykład obliczeniowy



$c = 5,0 \text{ E-12} \text{ [m}^5 \text{ N}^{-1}\text{]} - \text{zredukowana pojemność hydrauliczna układu;}$

$a_v = 4,78\text{E-12} \text{ [m}^5 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{]} - \text{współczynnik natężenia przepływu w nieszczelnościach wewnętrznych układu;}$

$f_s = 20000 \text{ [Nsm}^{-1}\text{]} - \text{współczynnik oporów wiskotycznych układu podnoszenia;}$

$\psi_p = 0,009173 \text{ [Nms}^{-1}\text{]} - \text{współczynnik oporów wiskotycznych pompy;}$

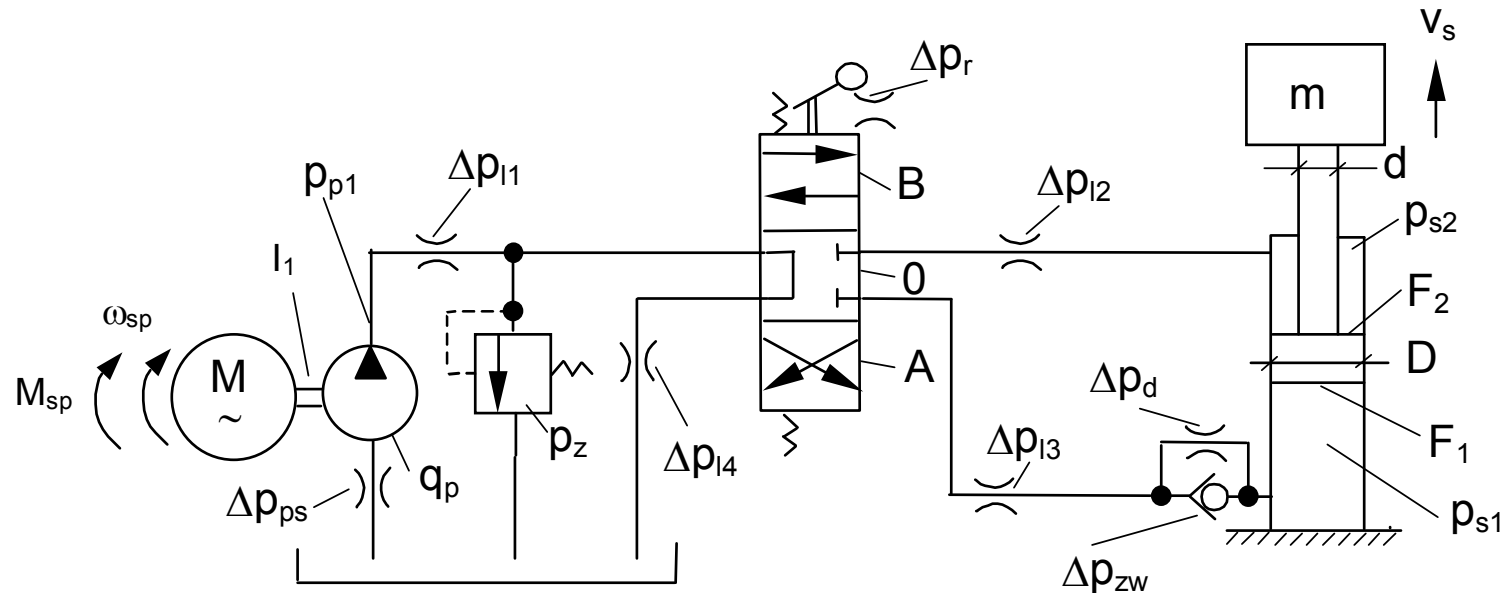
$T_z = 0,01 \text{ [s]} - \text{stała czasowa zaworu ciśnieniowego;}$

$h_z = 6,0 \text{ [m}^5 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{]} - \text{współczynnik wzmocnienia zaworu ciśnieniowego;}$

$I_1 = 0,07 \text{ [kgm}^2\text{]} - \text{masowy moment bezwładności silnika elektrycznego i pompy;}$

## 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

### Przykład obliczeniowy



1. Wykonaj uproszczone obliczenia analityczne układu napędowego wyznaczając dla rozruchu podnoszonego ładunku bez udziału zaworu ciśnieniowego wartość ciśnienia maksymalnego w siłowniku:  $p_{sm} = ?$
2. Wyznacz częstotliwości i okresy drgań własnych i tłumionych:  
 $\alpha_o$  [rad/s] = ? ;  $\nu_0$  [Hz] = ? ;  $T_0$  [s] = ? ;  $\alpha$  [rad/s] = ? ;  $\nu$  [Hz] = ? ;  $T$  [s] = ? ;
3. Opracuj model fizyczny układu napędowego zakładając skokową zmianę położenia suwaka rozdzielacza i sformułuj równania zmiennych stanu, warunki początkowe i brzegowe oraz równania wielkości wyjściowych.

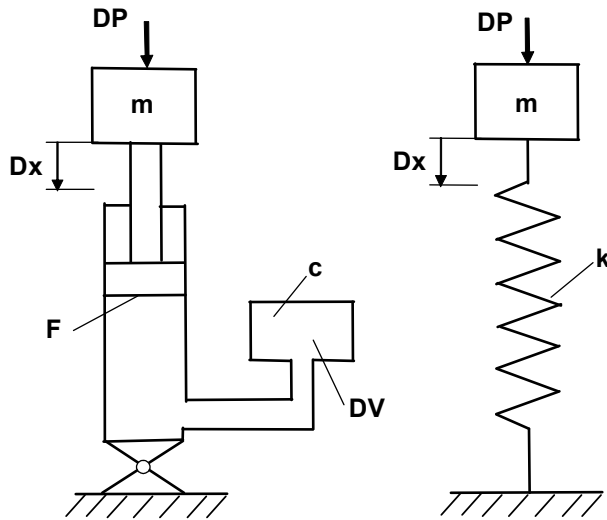
## 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

### Przykład obliczeniowy

- Wykonaj uproszczone obliczenia analityczne układu napędowego wyznaczając dla rozruchu podnoszonego ładunku bez udziału zaworu ciśnieniowego wartość ciśnienia maksymalnego w siłowniku:  $p_{sm} = ?$

- Wyznacz częstotści i okresy drgań własnych i tłumionych:

$$\alpha_0 \text{ [rad/s]} = ?; \nu_0 \text{ [Hz]} = ?; T_0 \text{ [s]} = ?; \alpha \text{ [rad/s]} = ?; \nu \text{ [Hz]} = ?; T \text{ [s]} = ?;$$



### Analogia układu hydraulicznego i mechanicznego

$$Q_c = c \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{V}{B_z} \cdot \frac{dp}{dt}; \quad Q_c \cdot dt = dV = c \cdot dp;$$

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{c}; \quad \frac{\Delta P}{F} = \frac{F \cdot \Delta x}{c}; \quad \Delta P = \frac{F^2}{c} \cdot \Delta x;$$

$$k = \frac{F^2}{c}; \quad \alpha_0 = \sqrt{\frac{k}{m}};$$

$$\Delta P = k \cdot \Delta x;$$

$$p_{sm} = p_{slu} + v_{su} \sqrt{\frac{m}{c}} = \mathbf{13,46 \text{ MPa}}$$

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{F_1^2}{c \cdot m}} = \mathbf{31,77 \text{ rad/s}}$$

$$\nu_0 = \frac{\alpha_0}{2\pi} = \mathbf{5,0571 \text{ s}^{-1}}$$

$$T_0 = \frac{1}{\nu_0} = \mathbf{0,1977 \text{ s}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{F_1^2}{c \cdot m} - \left( \frac{m \cdot a_v + f_{sz} \cdot c}{2mc} \right)^2} = \mathbf{31,70 \text{ rad/s}}$$

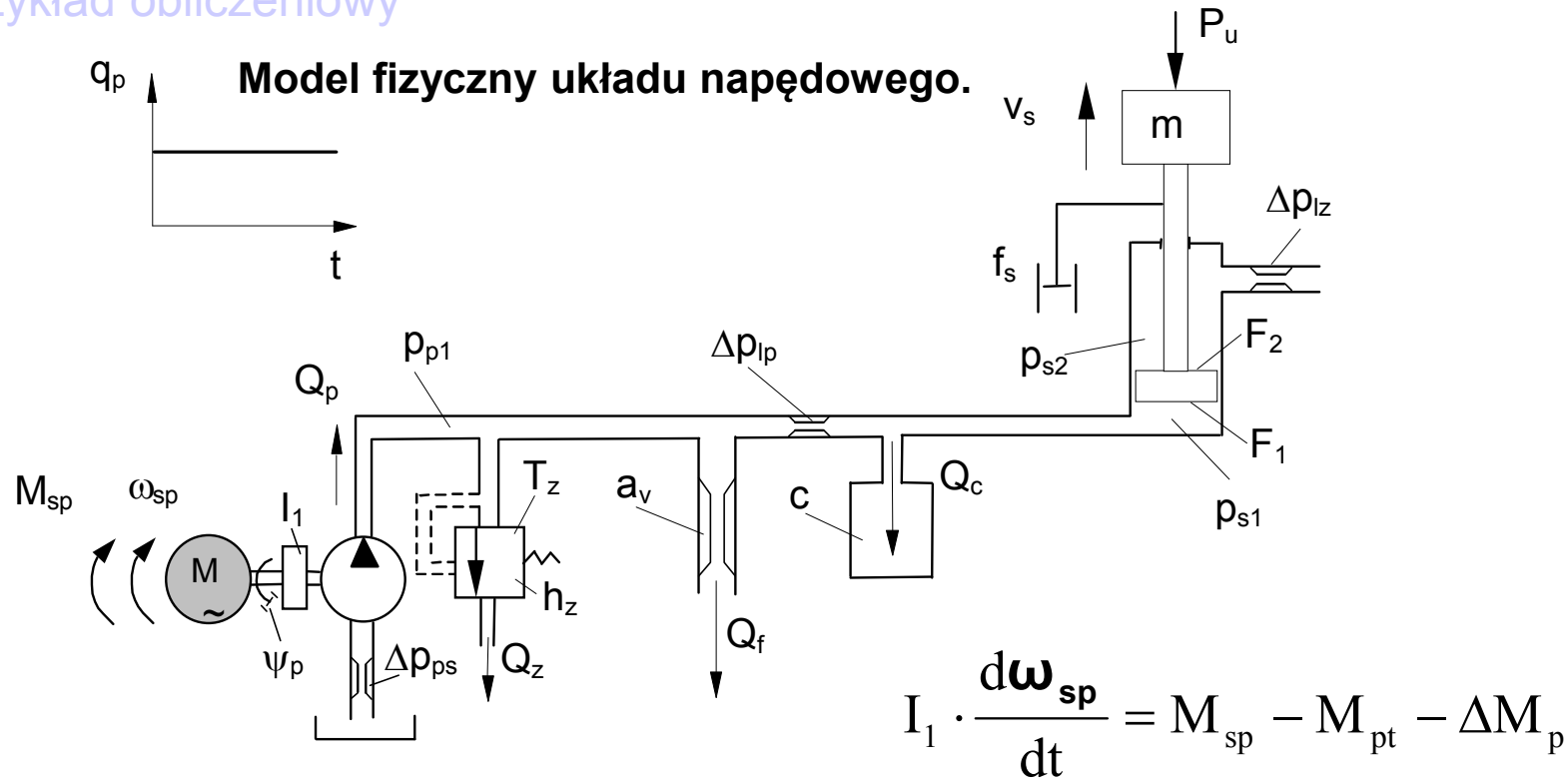
$$\nu = \frac{\alpha}{2\pi} = \mathbf{5,045 \text{ s}^{-1}}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = \mathbf{0,1982 \text{ s}}$$



# 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

## Przykład obliczeniowy



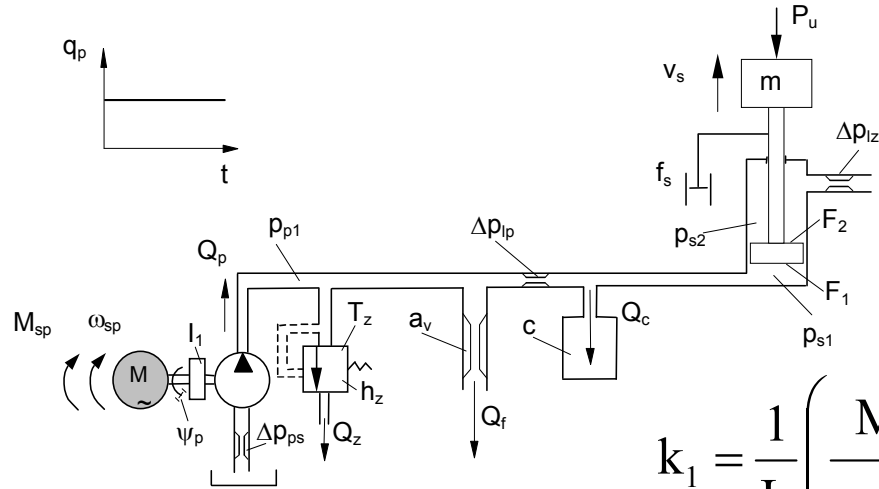
$$M_{sp} = M_{zn} \cdot \frac{\omega_{syn} - \omega_{sp}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp}$$

$$M_{pt} = q_p (p_{p1} - \Delta p_{ps}) = q_p (p_{s1} + \Delta p_{lp} - \Delta p_{ps}) = q_p p_{s1} + q_p (\Delta p_{lp} - \Delta p_{ps})$$

$$\Delta p_{lp} = \Delta p_{l1} + \Delta p_{l3} + \Delta p_r + \Delta p_{zw} = \mathbf{1,3 \text{ MPa}}$$

## 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

### Przykład obliczeniowy



$$a_{11} = -\frac{1}{I_1} \left( \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} + \psi_p \right) = -51,459 \text{ s}^{-1}$$

$$a_{15} = -\frac{q_p}{I_1} = -4,514 \text{ radm}^2\text{N}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$k_1 = \frac{1}{I_1} \left( \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - q_p (\Delta\Delta_{lp} - \Delta p_{ps}) \right) = 7964,4 \text{ rads}^{-2}$$

$$I_1 \cdot \frac{d\omega_{sp}}{dt} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp} - q_p p_{s1} - q_p (\Delta p_{lp} - \Delta p_{ps}) - \psi_p \omega_{sp}$$

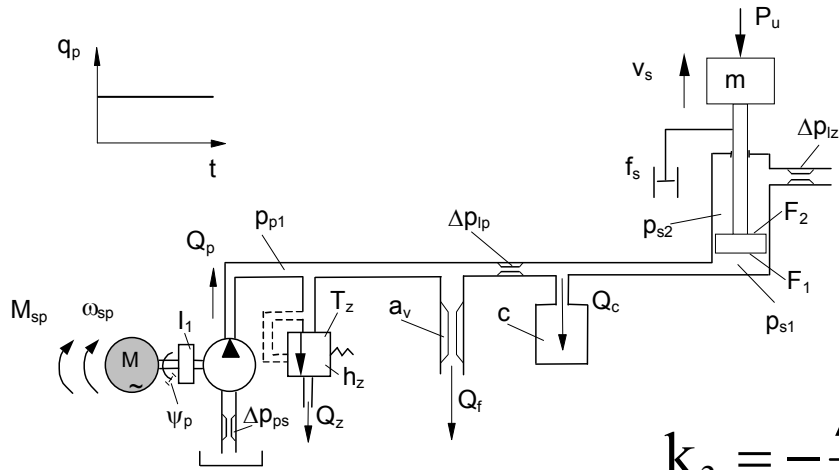
$$\frac{d\omega_{sp}}{dt} = -\frac{1}{I_1} \left( \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} + \psi_p \right) \omega_{sp} - \frac{q_p}{I_1} p_{s1} + \frac{1}{I_1} \left( \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - q_p (\Delta p_{lp} - \Delta p_{ps}) \right)$$

$$\frac{d\omega_{sp}}{dt} = a_{11} \cdot \omega_{sp} + a_{15} \cdot p_{s1} + k_1 \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi_{sp}}{dt} = \omega_{sp} \quad (2)$$

### 13. Równania fizyczne i ich transformacja do równań zmiennych stanu.

#### Przykład obliczeniowy



$$\Delta p_{lz} = \Delta p_{l2} + \Delta p_r + \Delta p_{l4} = 1,1 \text{ MPa}$$

$$a_{35} = \frac{F_1}{m} = 1,0048 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{kg}^{-1}$$

$$a_{33} = -\frac{f_s}{m} = -4,0 \text{ s}^{-1}$$

$$k_3 = -\frac{\Delta p_{zl} F_2}{m} - g = -10,639 \text{ ms}^{-2}$$

$$m \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \mathbf{p}_{s1} F_{s1} - \Delta p_{lz} F_{s2} - f_s \mathbf{v}_s - m \cdot g$$

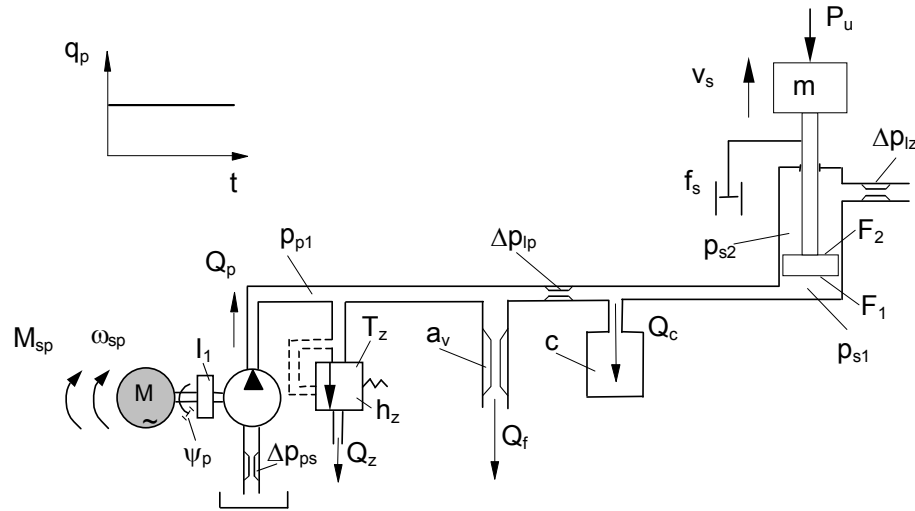
$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \frac{F_1}{m} \mathbf{p}_{s1} - \frac{f_s}{m} \mathbf{v}_s - \frac{\Delta p_{zl} F_2}{m} - g$$

$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = a_{33} \cdot \mathbf{v}_s + a_{35} \cdot \mathbf{p}_{s1} + k_3 \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{x}_s}{dt} = \mathbf{v}_s \quad (4)$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych.

### Przykład obliczeniowy



$$a_{51} = \frac{q_p}{c} = \mathbf{632000 \text{ Nm}^{-2}}$$

$$a_{53} = -\frac{F_1}{c} = \mathbf{-1,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-3}}$$

$$a_{55} = -\frac{a_v}{c} = \mathbf{-0,956 \text{ s}^{-1}}$$

$$a_{56} = -\frac{1}{c} = \mathbf{-2,0 \cdot 10^{11} \text{ Nm}^{-5}}$$

$$k_5 = -\frac{a_v \Delta p_{lp}}{c} = \mathbf{-1,24 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2} \text{ s}^{-1}}$$

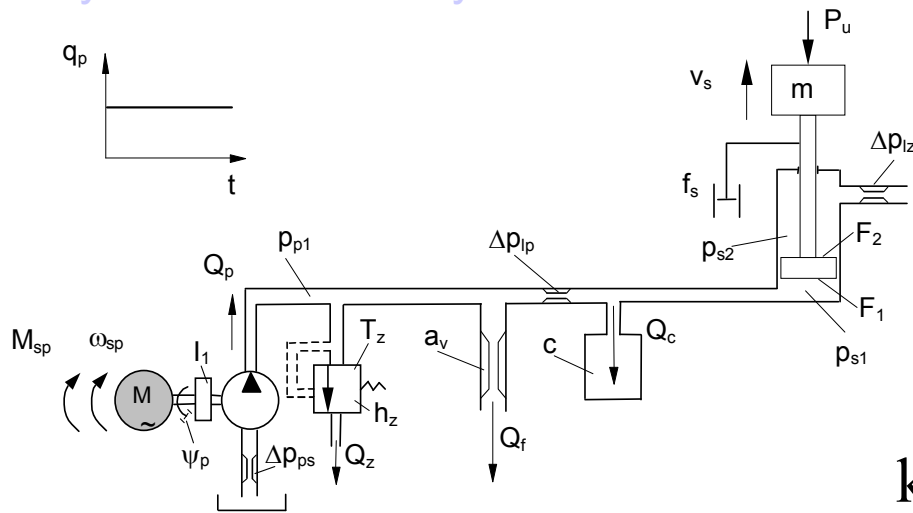
$$q_{1p} \omega_{sp} - Q_z - a_v (p_{s1} + \Delta p_{lp}) - c \cdot \frac{dp_{s1}}{dt} - F_1 v_s = 0$$

$$\frac{dp_{s1}}{dt} = \frac{q_p}{c} \omega_{sp} - \frac{F_1}{c} v_s - \frac{a_v}{c} \cdot p_s - \frac{1}{c} Q_z - \frac{a_v \Delta p_{lp}}{c}$$

$$\frac{dp_{s1}}{dt} = a_{51} \cdot \omega_{sp} + a_{53} \cdot v_s + a_{55} \cdot p_{s1} + a_{56} \cdot Q_z + k_5 \quad (5)$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

### Przykład obliczeniowy



$$a_{65} = \frac{h_z}{T_z} = 6,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}^5 \text{ s}^{-2} \text{ N}^{-1}$$

$$a_{65} = -\frac{1}{T_z} = -100 \text{ s}^{-1}$$

$$k_6 = -\frac{h_z (p_z - \Delta p_{lp})}{T_z} = -6,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

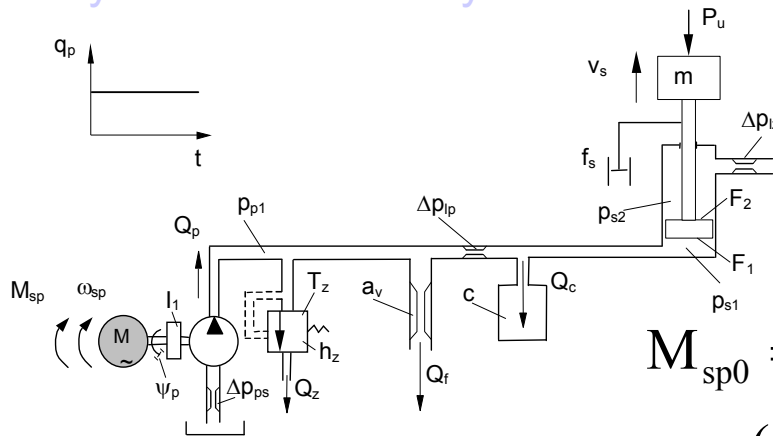
$$T_z \frac{dQ_z}{dt} + Q_z = h_z (p_{s1} + \Delta p_{pl} - p_z)$$

$$\frac{dQ_z}{dt} = \frac{h_z}{T_z} p_{s1} - \frac{1}{T_z} Q_z - \frac{h_z (p_z - \Delta p_{lp})}{T_z}$$

$$\frac{dQ_z}{dt} = a_{65} \cdot p_{s1} + a_{66} \cdot Q_z + k_6 \quad (6)$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

### Przykład obliczeniowy



Wartości początkowe dla chwili  $t = 0$ .

$$M_{sp0} = q_p \cdot p_{p0} + \Delta M_p =$$

$$= q_p (\Delta\Delta_{l1} + \Delta p_r + \Delta p_{l4} - \Delta p_{ps}) + \psi_p \omega_{syn} = \mathbf{=5,7 \text{ Nm}}$$

$$\omega_{sp0} = \omega_{syn} - \frac{M_{sp0}}{M_{zn}} (\omega_{syn} - \omega_{zn}) = \mathbf{155,49 \text{ rad/s}}$$

$$\varphi_{sp0} = \mathbf{0} ; \mathbf{v_{s0} = 0} ; \mathbf{x_{s0} = 0} ;$$

$$p_{s10} = \mathbf{0} \text{ (tłok oparty na dnie cylindra) ;}$$

$$Q_{z0} = \mathbf{0} \text{ (zawór zamknięty)}$$

Warunki brzegowe:

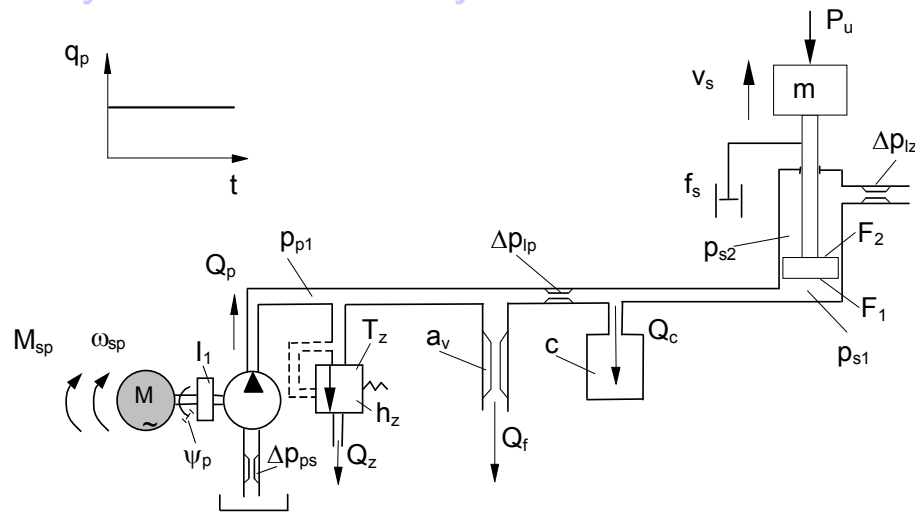
$$\mathbf{v_s \geq 0} \quad \text{jeżeli } v_s < 0, \text{ to } v_s = 0$$

$$\text{jeżeli } v_s < 0 \text{ i } t < t_{vsm1}, \text{ to } v_s = 0$$

$$\mathbf{Q_z \geq 0} \quad \text{jeżeli } Q_z < 0, \text{ to } Q_z = 0$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

### Przykład obliczeniowy



Zmienne wyjściowe:

$$\mathbf{t}^{(i)} = \mathbf{t}^{(i-1)} + dt \quad (1)$$

$$\mathbf{M}_{sp} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp} \quad (2)$$

$$\mathbf{N}_{sp} = \mathbf{M}_{sp} \omega_{sp} \quad (3)$$

$$\mathbf{N}_s = mg \mathbf{v}_s \quad (4)$$

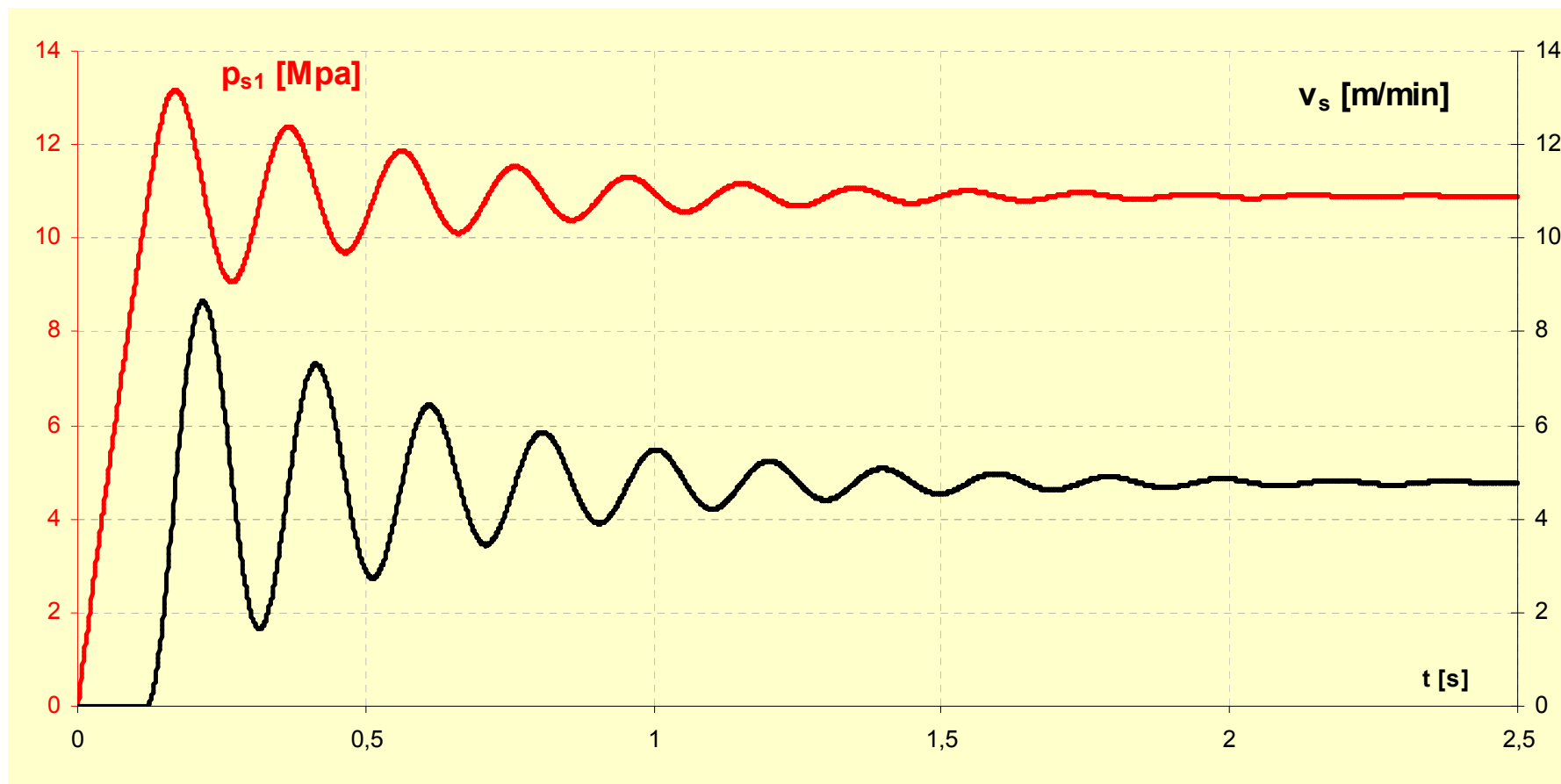
$$\eta_c = \frac{\mathbf{N}_s}{\mathbf{N}_{sp}} \quad (5)$$

$$\mathbf{N}_{tr} = \mathbf{N}_{sp} - \mathbf{N}_s \quad (6)$$

$$\mathbf{N}_{tr\acute{s}r} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{N}_{tr} \cdot dt}{t_2 - t_1} \quad (7)$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

### Przykład obliczeniowy Symulacja przebiegu rozruchu bez udziału zaworu ciśnieniowego

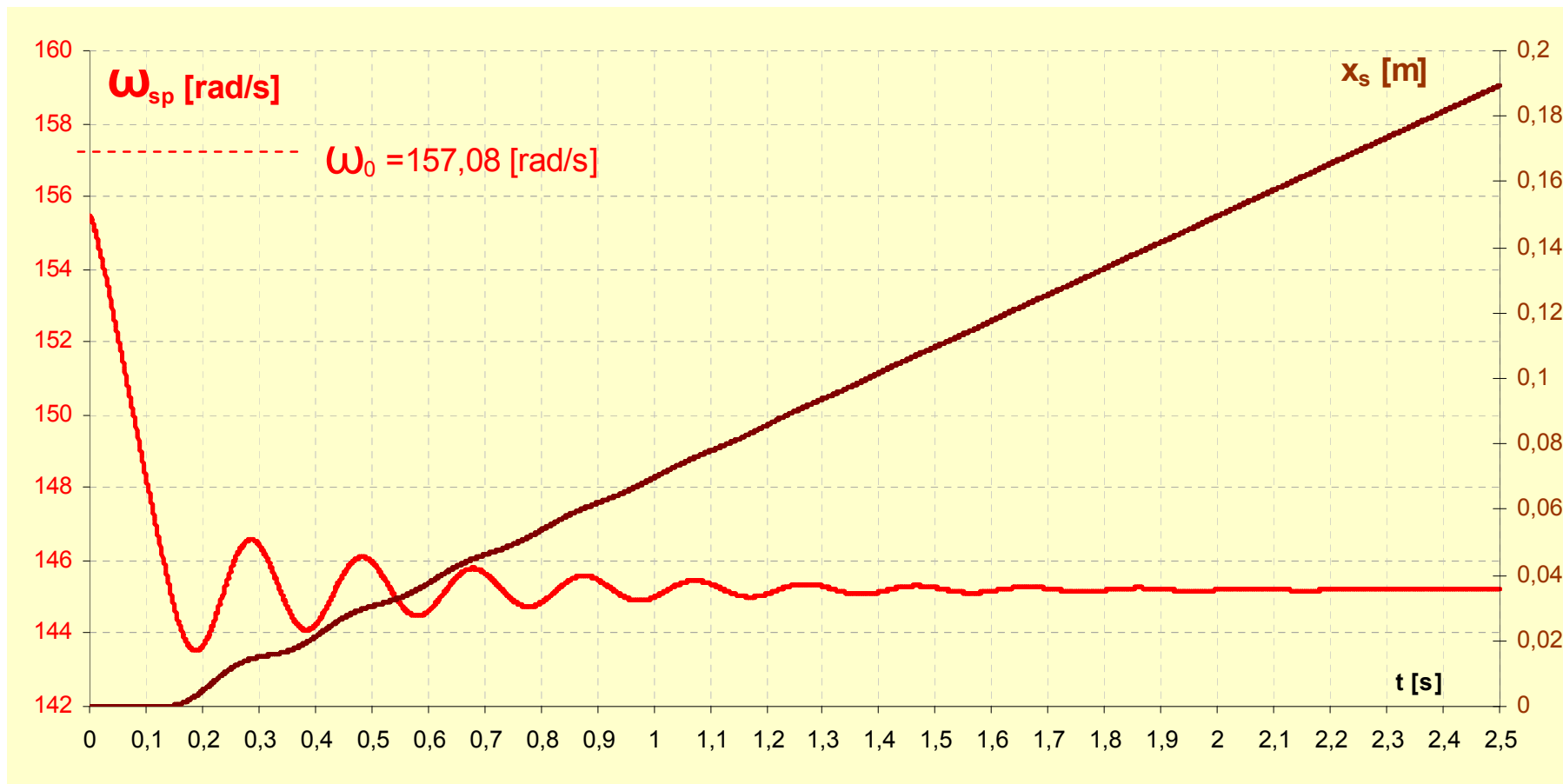


Przebiegi ciśnienia i prędkości siłownika



## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

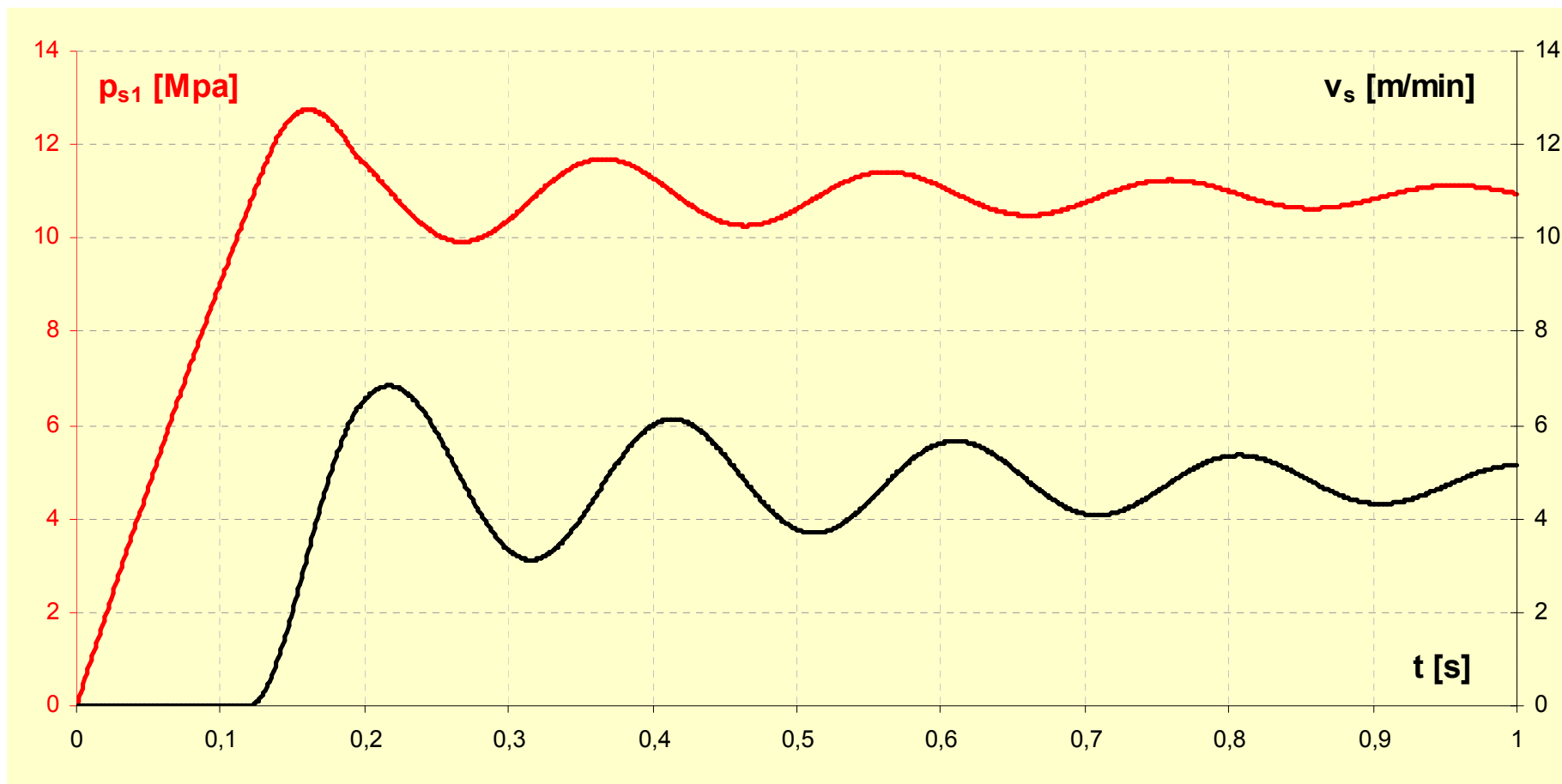
### Przykład obliczeniowy Symulacja przebiegu rozruchu bez udziału zaworu ciśnieniowego



Przebiegi prędkości kątowej wału silnika elektrycznego i przemieszczenia siłownika

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

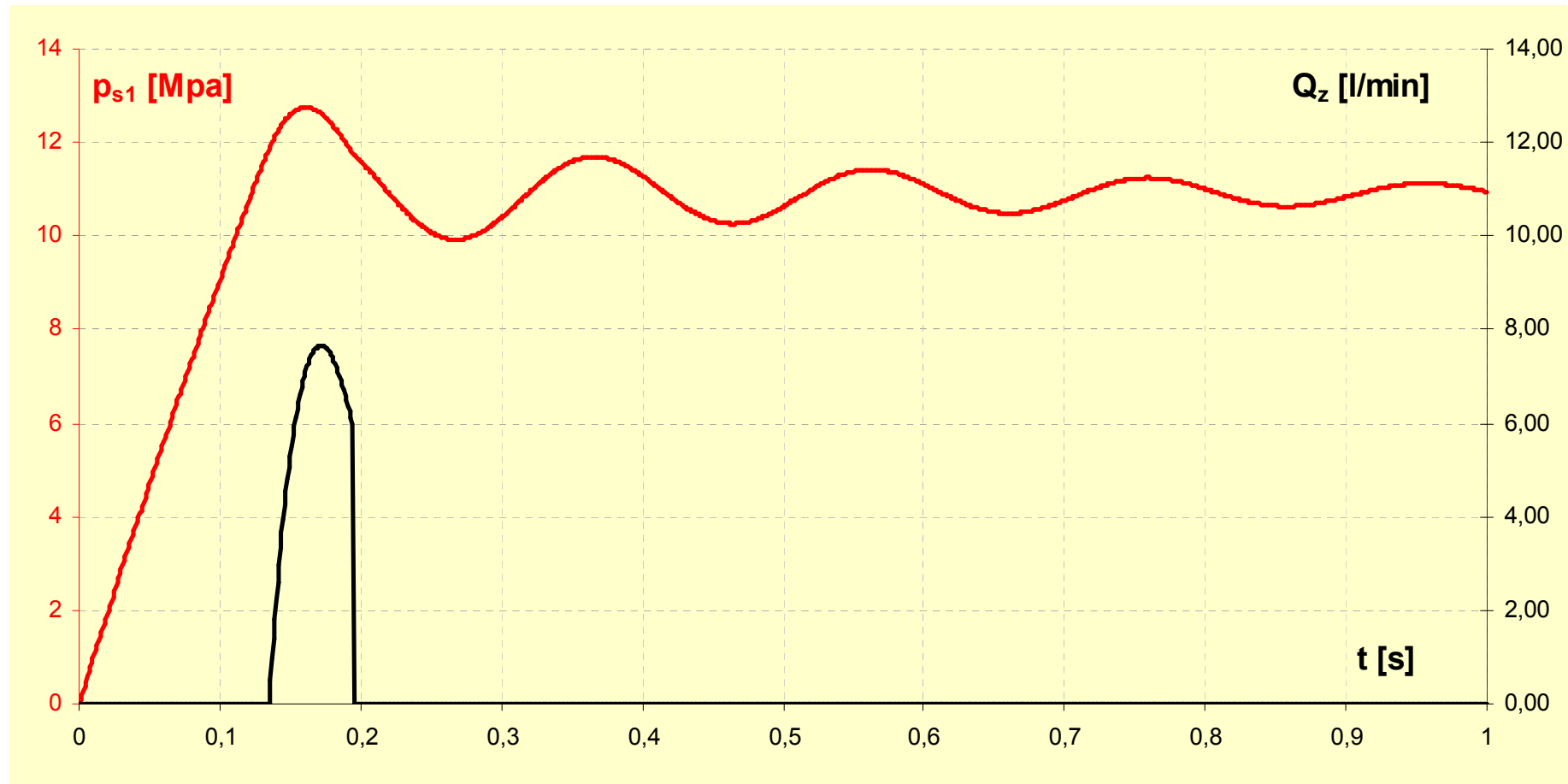
### Przykład obliczeniowy Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



Przebiegi ciśnienia i prędkości siłownika

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

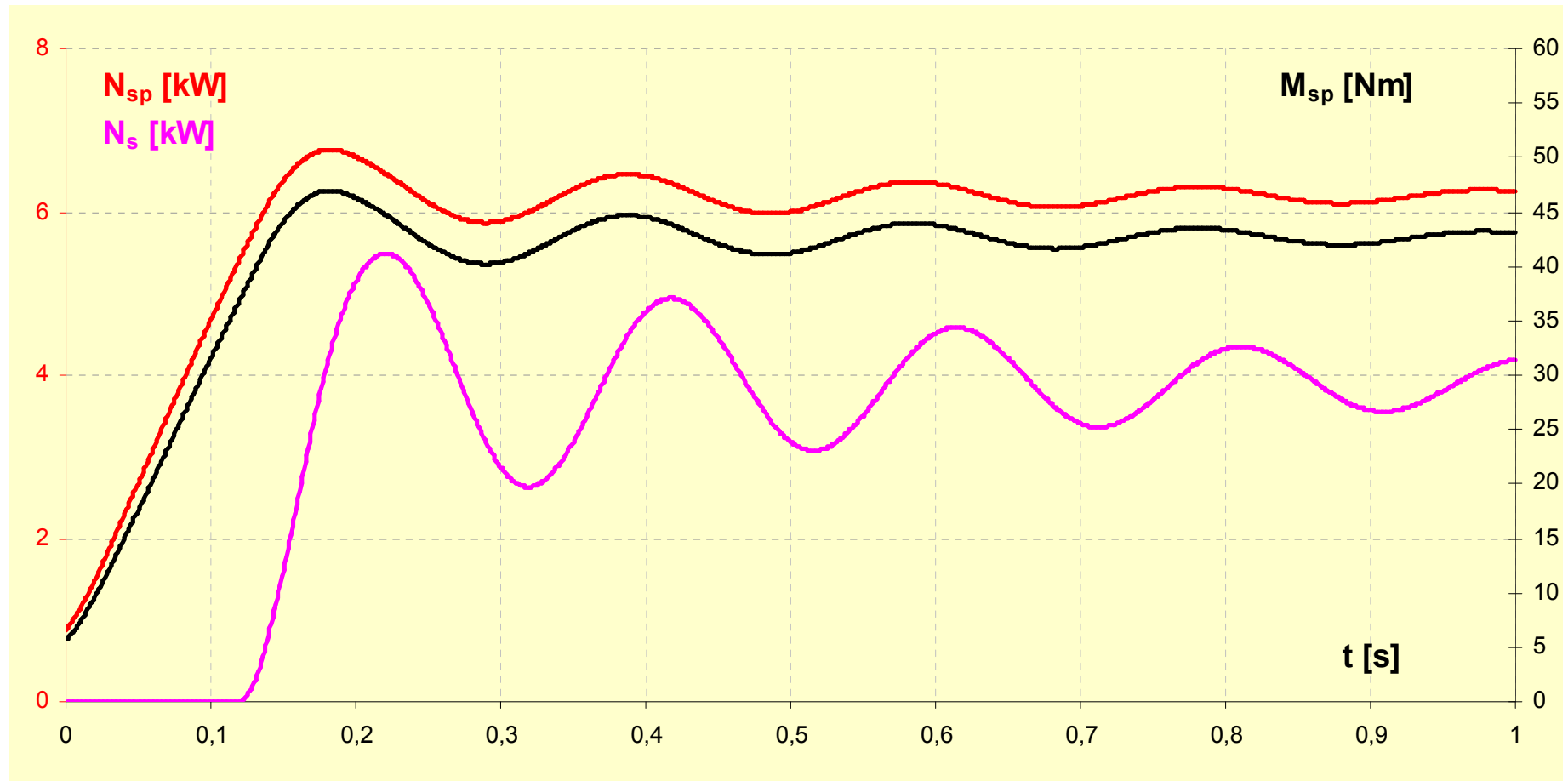
Przykład obliczeniowy    Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



Przebieg ciśnienia w siłowniku i natężenia przepływu przez zawór ciśnieniowy

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

Przykład obliczeniowy    Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego

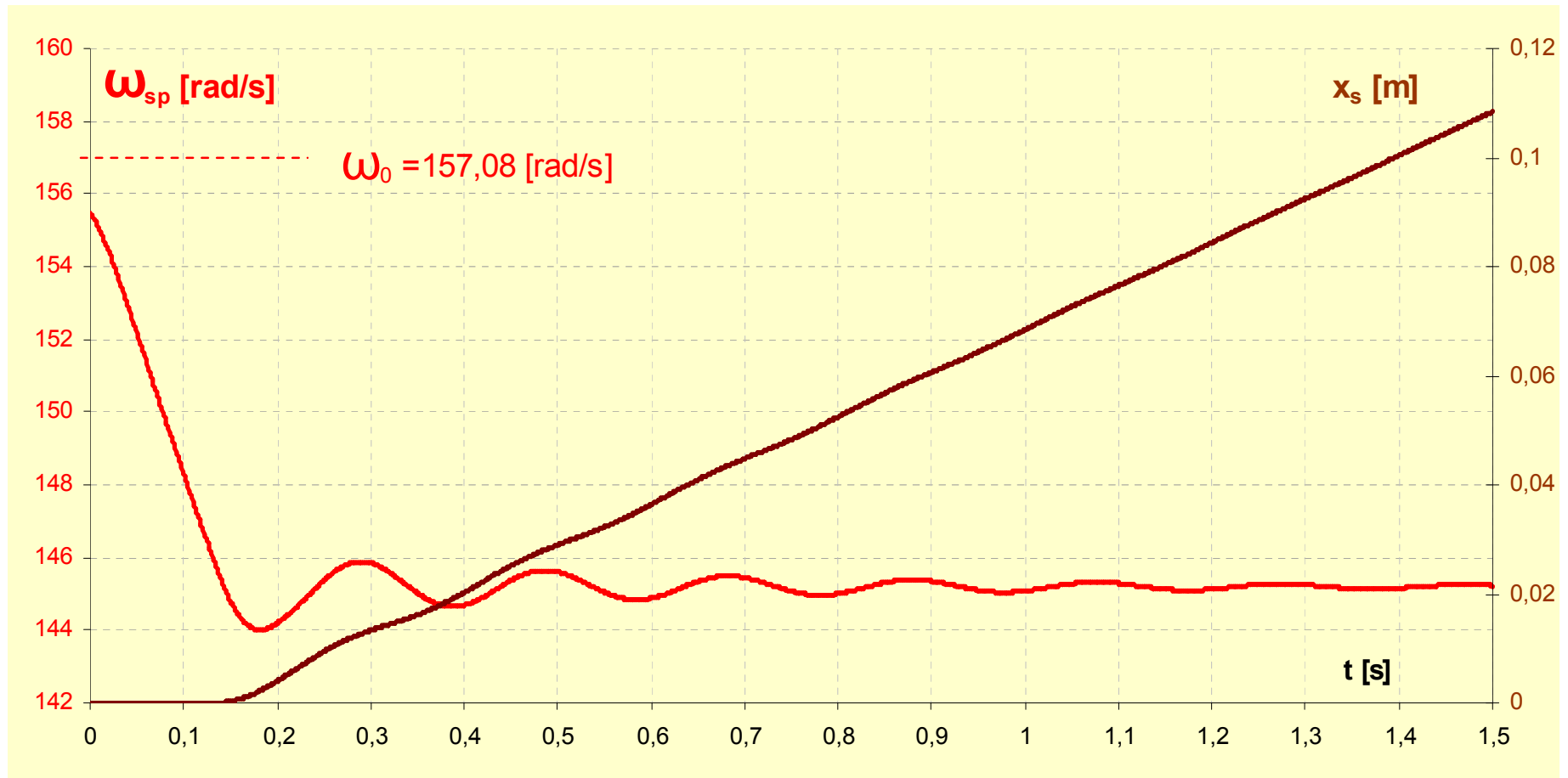


Przebiegi mocy i momentu obrotowego silnika pierwotnego oraz mocy siłownika

$$N_{sp} = M_{sp} \omega_{sp} \quad (3) \quad N_s = mg v_s \quad (4) \quad M_{sp} = \frac{M_{zn} \omega_{syn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} - \frac{M_{zn}}{\omega_{syn} - \omega_{zn}} \omega_{sp} \quad (2)$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

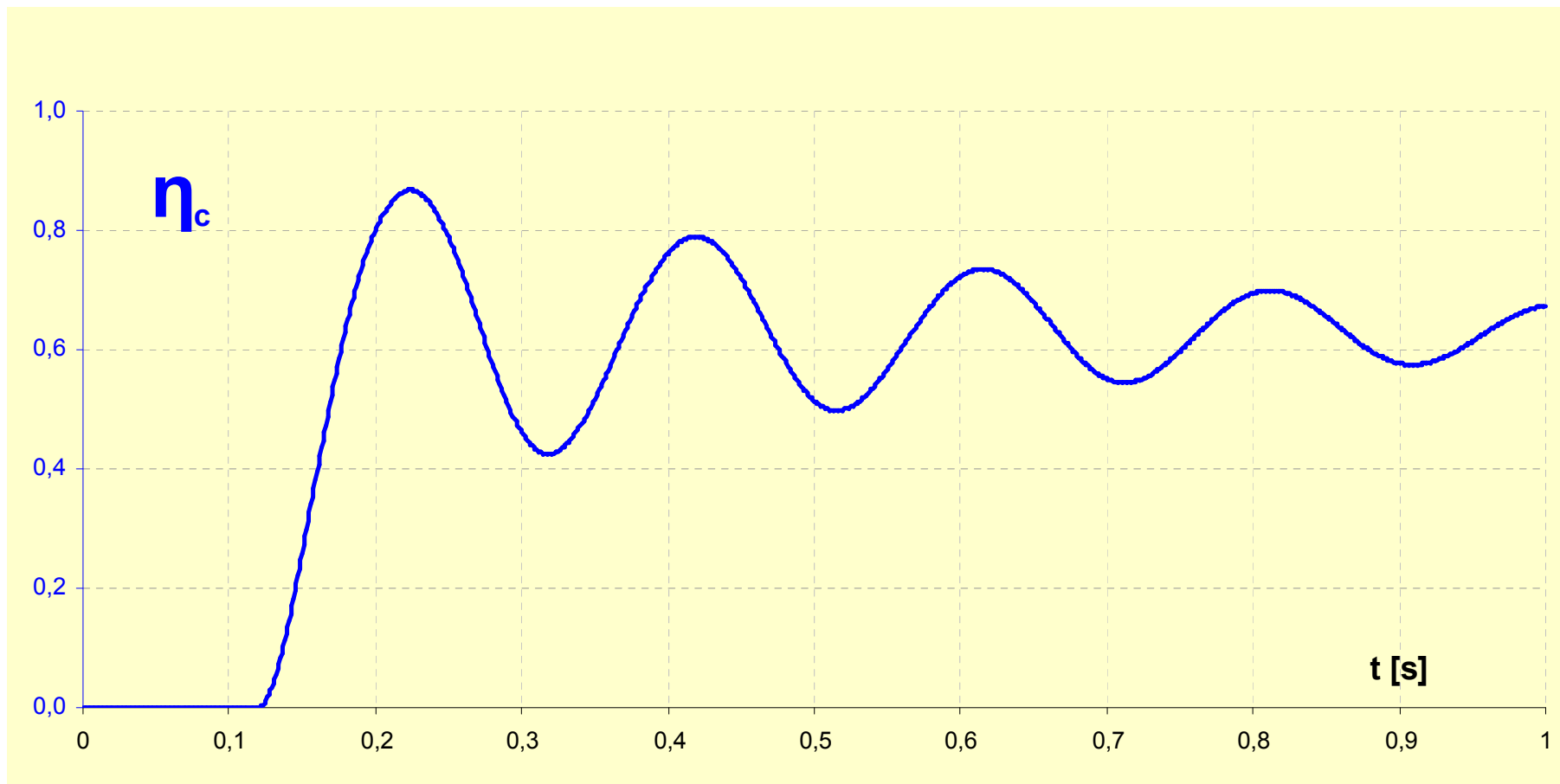
### Przykład obliczeniowy Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



Przebiegi prędkości kątowej wału silnika elektrycznego i przemieszczenia siłownika

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

Przykład obliczeniowy    Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego

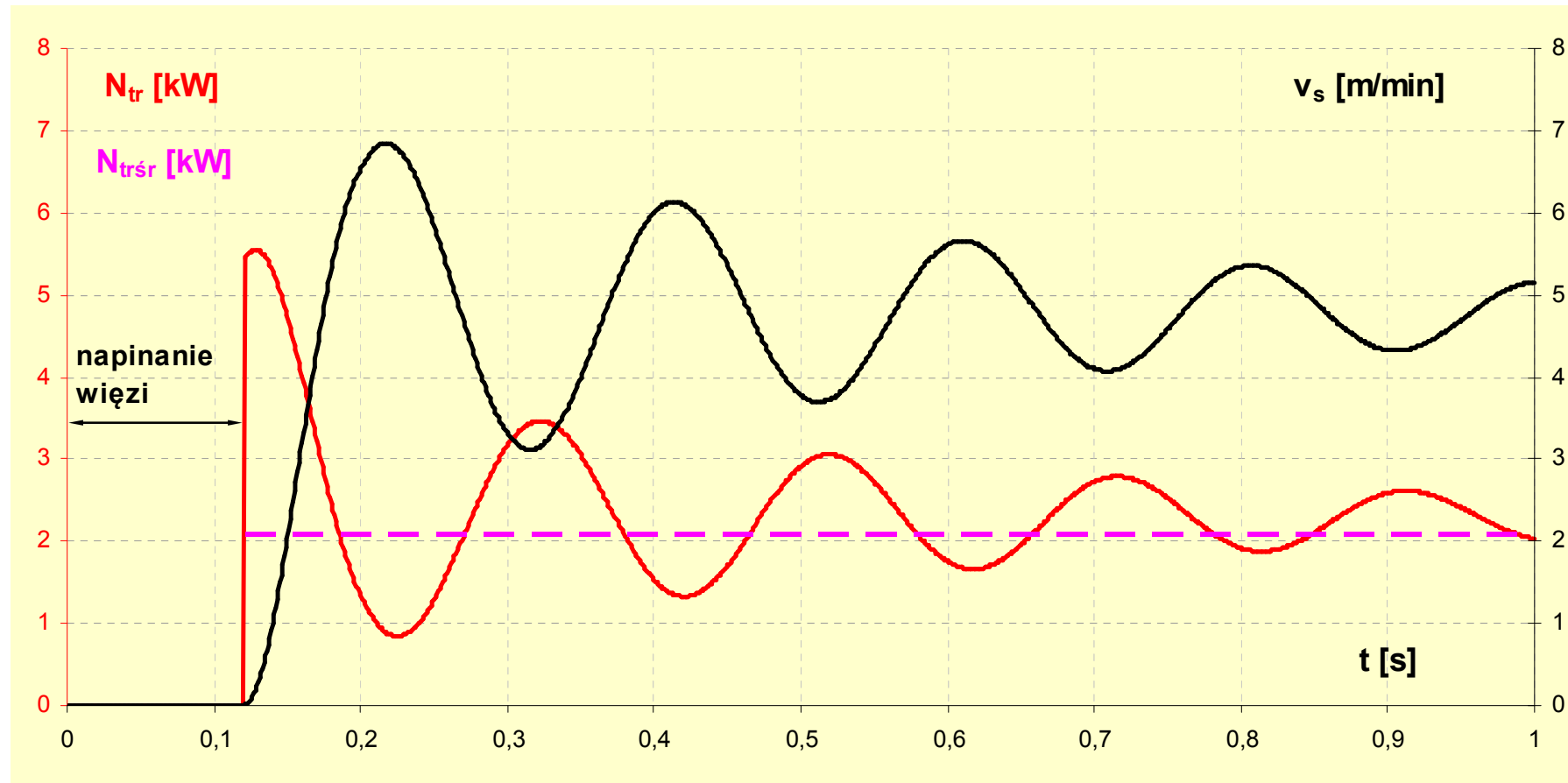


Przebieg sprawności całkowitej układu napędowego

$$\eta_c = \frac{N_s}{N_{sp}} \quad (5)$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

### Przykład obliczeniowy Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



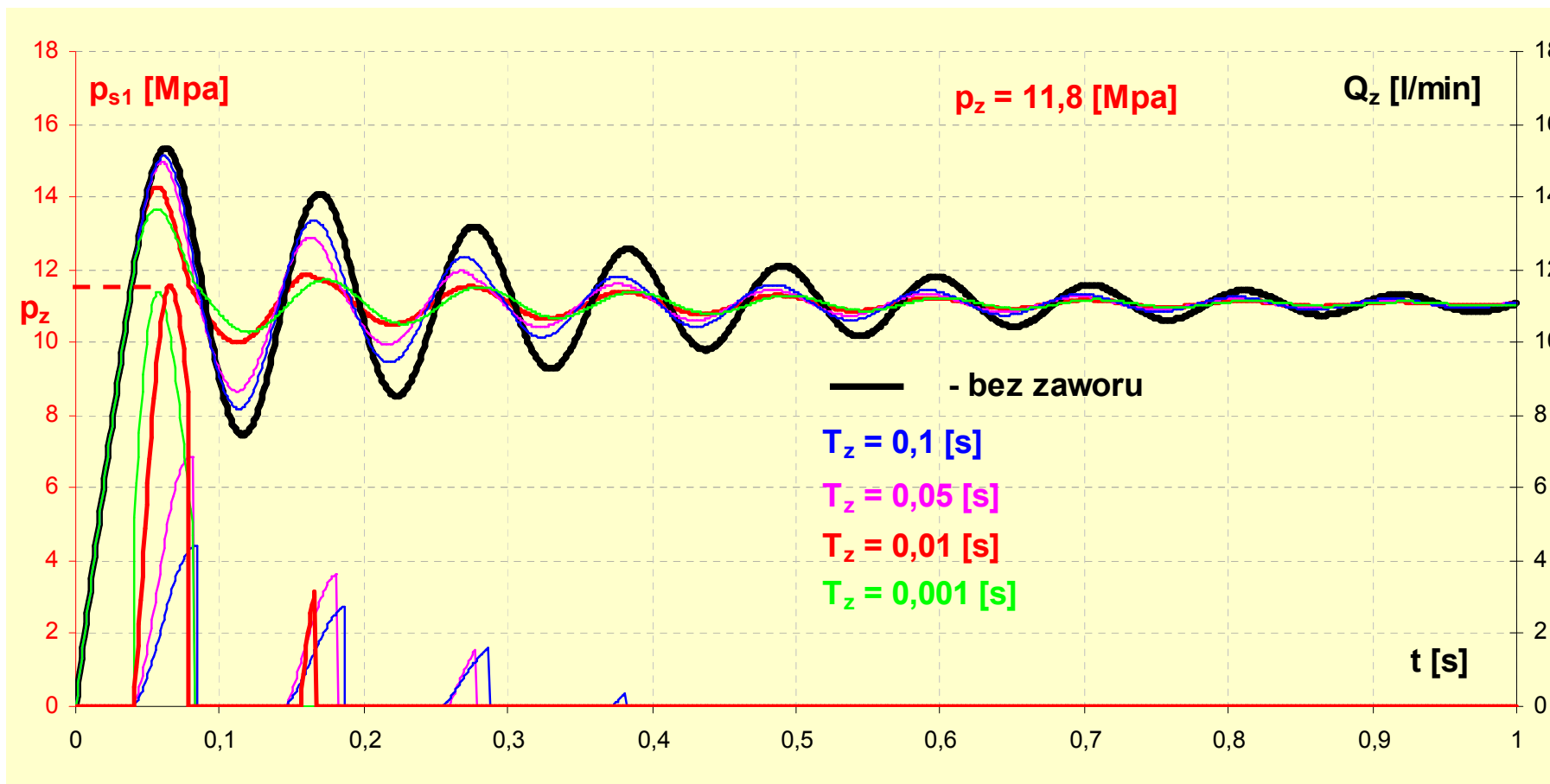
Przebieg mocy traconej, mocy traconej średniej i prędkości silownika

$$N_{tr} = N_{sp} - N_s \quad (6)$$

$$N_{tr\acute{s}r} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} N_{tr} \cdot dt}{t_2 - t_1} \quad (7)$$

## 13.2. Ogólny opis matematyczny w przestrzeni zmiennych stanu układów napędowych

### Przykład obliczeniowy Symulacja przebiegu rozruchu z udziałem zaworu ciśnieniowego



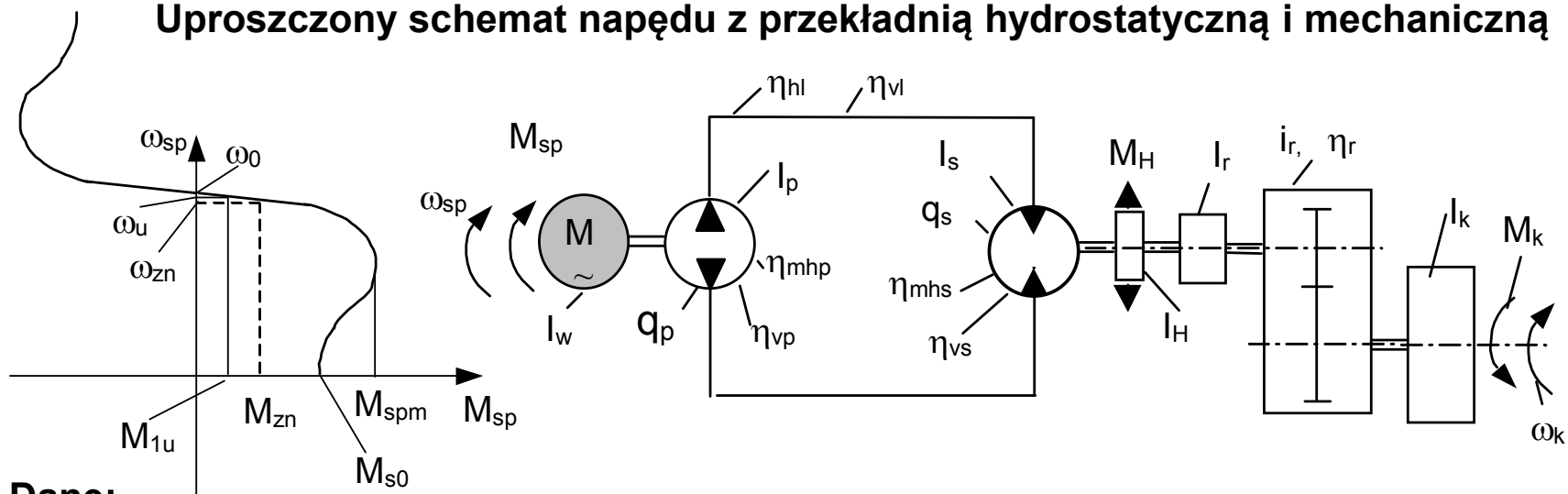
Wpływ stałej czasowej zaworu na przebieg ciśnienia dla układu o małej pojemności hydraulicznej  $c = 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ [m}^5\text{N}^{-1}\text{]}$



## 6. Ruchy nieustalone napędu o więzach sztywnych

### Przykład obliczeniowy nr 2

Uproszczony schemat napędu z przekładnią hydrostatyczną i mechaniczną



Dane:

$N_{zn} = 14 \text{ kW}$  ;  $n_{zn} = 1465 \text{ obr/min}$ ;  $n_0 = 1500 \text{ obr/min}$ ;  $M_{spm} = 2,5 M_{zn}$ ;  $M_{s0} = 1,8 M_{zn}$ ;  
 $q_p = 6,5E-06 \text{ m}^3/\text{rad}$ ,  $q_s = 40E-06 \text{ m}^3/\text{rad}$ , ;  $\eta_{mhp} = 0,98$  ;  $\eta_{hl} = 0,99$  ;  $\eta_{mhs} = 0,97$  ;  $\eta_{vp} = 0,97$ ;  
 $\eta_{vl} = 0,99$  ;  $\eta_{vs} = 0,96$  ;  $i_r = 4,41$  ;  $\eta_r = 0,98$ ;  $M_H = 650 \text{ Nm}$ ;  $M_k = 2000 \text{ Nm}$ ;  $I_w = 0,08 \text{ kgm}^2$ ;  
 $I_p = 0,006 \text{ kgm}^2$ ;  $I_s = 0,23 \text{ kgm}^2$ ;  $I_H = 2,3 \text{ kgm}^2$ ;  $I_r = 0,001 \text{ kgm}^2$ ;  $I_k = 20 \text{ kgm}^2$ ;

1. Dla okresu rozruchu układu należy wyznaczyć:

$t_r$  [s] -rozruch przez załączenie silnika elektrycznego,  $L_{spr}$  [Nm] - silnika elektrycznego,  $p_{pm}$  – [MPa];  $M_{r1m}$  [Nm] ;

2. Dla okresu hamowania układu dokonywanego przez załączenie hamulca :

$t_h$  [s] ;  $L_H$  [Nm] – praca hamulca,  $p_{smh}$  [MPa];  $M_{r1mh}$  [Nm];  $M_{wpmh}$ , [Nm];  $p_{ph}$  [MPa].

$$\omega_{zn} = \frac{\pi n_{zn}}{30} = \frac{\pi \cdot 1465}{30} = 153,41 [\text{rad/s}] \quad \omega_0 = \frac{\pi n_0}{30} = \frac{\pi \cdot 1500}{30} = 157,08 [\text{rad/s}]$$

$$M_{zn} = \frac{N_{zn}}{\omega_{zn}} = \frac{14 \cdot 10^3}{153,34} = 91,3 [\text{Nm}] \quad M_{spm} = m M_{zn} = 2,5 \cdot 91,3 = 228,14 [\text{Nm}]$$

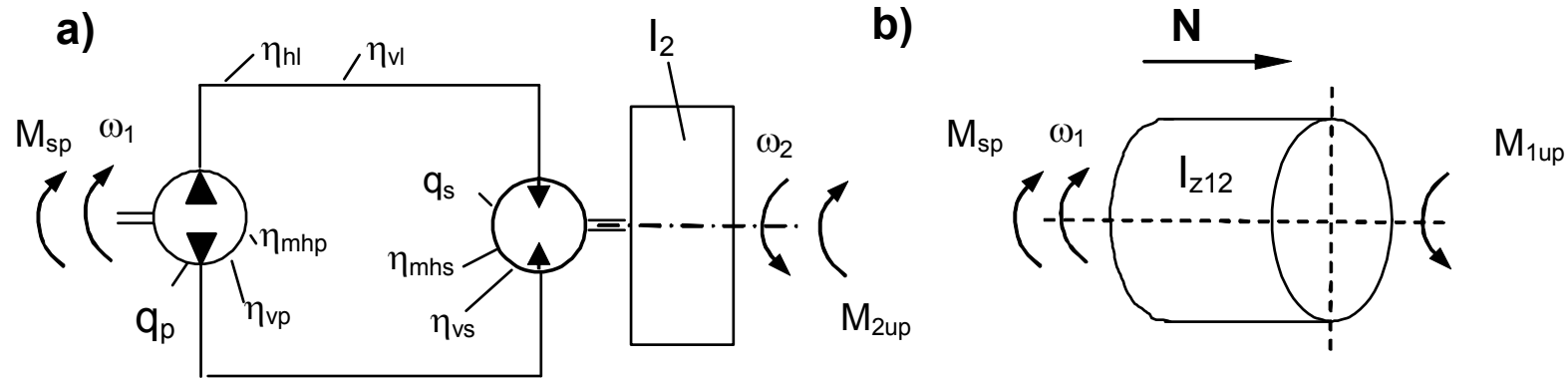
$$M_{sp0} = p M_{zn} = 1,8 \cdot 91,3 = 164,26 [\text{Nm}]$$

$$\eta_v = \eta_{vp} \eta_{vl} \eta_{vs} = 0,97 \cdot 0,99 \cdot 0,96 = 0,92$$

$$\eta_{mh} = \eta_{mhp} \eta_{hl} \eta_{mhs} = 0,98 \cdot 0,99 \cdot 0,97 = 0,94$$

$$\eta_q = \eta_{mh} \eta_v = 0,94 \cdot 0,92 = 0,87$$

$$i_q = \frac{q_s}{q_p} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{6,5 \cdot 10^{-6}} = 6,15$$

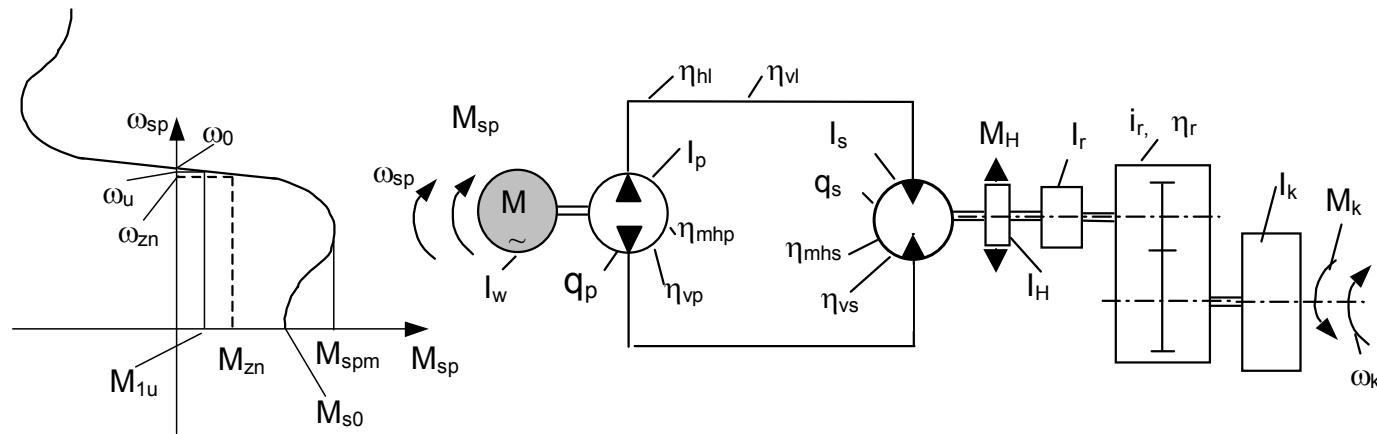


$$\frac{I_{z12} \omega_1^2}{2} = \frac{I_2 \omega_2^2}{2 \eta_q}$$

$$I_{z12} = \frac{I_2 \omega_2^2}{\omega_1^2 \eta_q}$$

$$q_p \omega_1 \eta_v = q_s \omega_2 \quad \omega_2 = \frac{\omega_1 \eta_v}{\frac{q_s}{q_p}} = \frac{\omega_1 \eta_v}{i_q} \quad \omega_2^2 = \left( \frac{\omega_1 \eta_v}{i_q} \right)^2$$

$$I_{z12} = \frac{I_2 \eta_v^2}{i_q^2 \eta_q} = \frac{I_2 \eta_v}{i_q^2 \eta_{mh}}$$



$$I_{z1} = I_w + I_p + \frac{(I_s + I_H + I_r)\eta_v}{i_q^2 \eta_{mh}} + \frac{I_k \eta_v}{i_q^2 i_r^2 \eta_{mh} \eta_r} = 0,08 + 0,006 +$$

$$+ \frac{(0,23 + 2,3 + 0,001) \cdot 0,92}{6,15^2 \cdot 0,94} + \frac{20 \cdot 0,92}{6,15^2 \cdot 4,41^2 \cdot 0,94 \cdot 0,98} = 0,1786 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

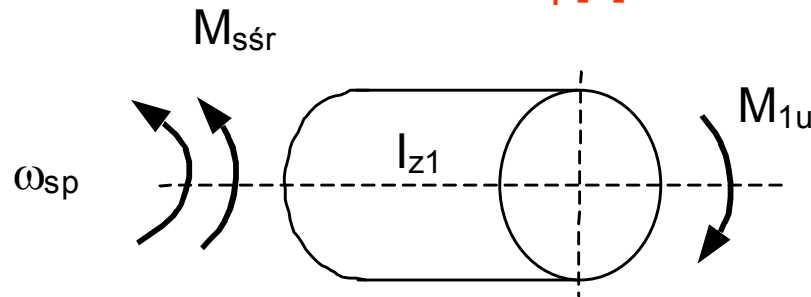
$$M_{1u} = \frac{M_k}{i_q i_r \eta_{mh} \eta_r} = \frac{2000}{6,15 \cdot 4,41 \cdot 0,94 \cdot 0,98} = 79,9 \text{ [Nm]}$$

$$\omega_{1u} = \omega_0 - \frac{M_{1u}}{M_{zn}} (\omega_0 - \omega_{zn}) = 157,08 - \frac{79,9}{91,3} (157,08 - 153,41) = 153,87 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$M_{ssr} = \frac{M_{s0} + M_{sm}}{2} = \frac{pM_{zn} + mM_{zn}}{2} = \frac{(p + m)M_{zn}}{2} = \frac{(1,8 + 2,5) \cdot 91,3}{2} = 196,2 \text{ [Nm]}$$

## Przykład obliczeniowy nr 2

$t_r$  [s] - rozruch przez załączenie silnika elektrycznego ?

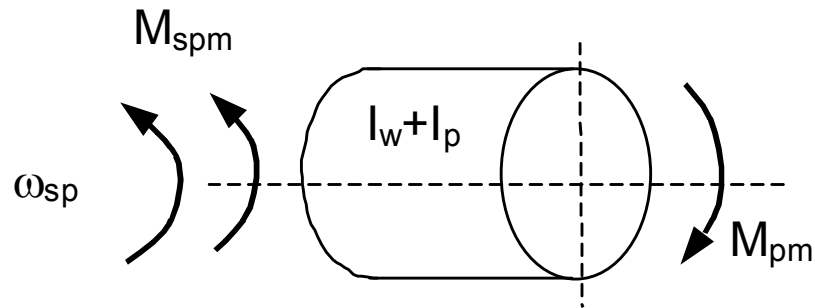


$$I_{z1} \frac{d\omega_{sp}}{dt} = M_{ssr} - M_{1u}$$

$$\int_0^{t_r} dt = \int_0^{\omega_{1u}} \frac{I_{z1}}{M_{ssr} - M_{1u}} d\omega_{sp} \quad t_r = \frac{I_{z1} \omega_{1u}}{M_{ssr} - M_{1u}} = \frac{0,1786 \cdot 153,87}{196,2 - 79,91} = 0,24 \text{ [s]}$$

$L_{spr}$  [Nm] - silnika elektrycznego ?

$$L_{spr} = M_{ssr} \varphi_{spr} = M_{ssr} \frac{t_r \omega_{1u}}{2} = \frac{196,2 \cdot 0,24 \cdot 153,87}{2} = 3567 \text{ [J]}$$

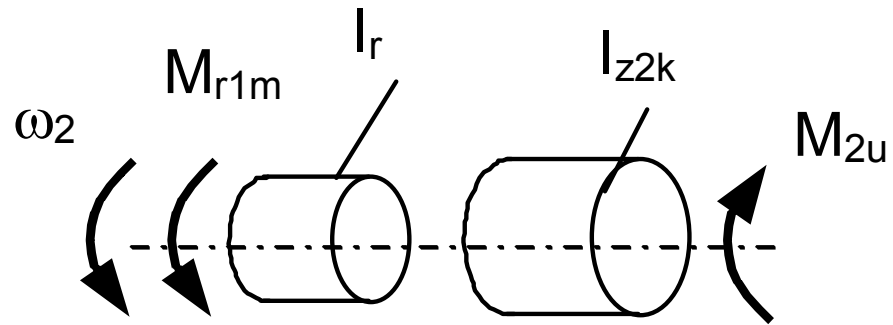


$$(I_w + I_p) \left( \frac{d\omega_{sp}}{dt} \right)_m = M_{spm} - M_{pm}$$

$$\varepsilon_{spm} = \frac{M_{spm} - M_{1u}}{I_{z1}} = \frac{mM_{zn} - M_{1u}}{I_{z1}} = \frac{2,5 \cdot 91,3 - 79,91}{0,1786} = 829,9 [\text{rad s}^{-2}]$$

$$M_{pm} = mM_{zn} - (I_w + I_p) \varepsilon_{spm} = 2,5 \cdot 91,3 - (0,08 + 0,006) \cdot 829,9 = 156,8 [\text{Nm}]$$

$$p_{pm} = \frac{M_{pm} \eta_{mhp}}{q_p} = \frac{156,8 \cdot 0,98}{6,5 \cdot 10^{-6}} = 23,57 \cdot 10^6 [\text{Pa}] = 23,57 [\text{MPa}]$$



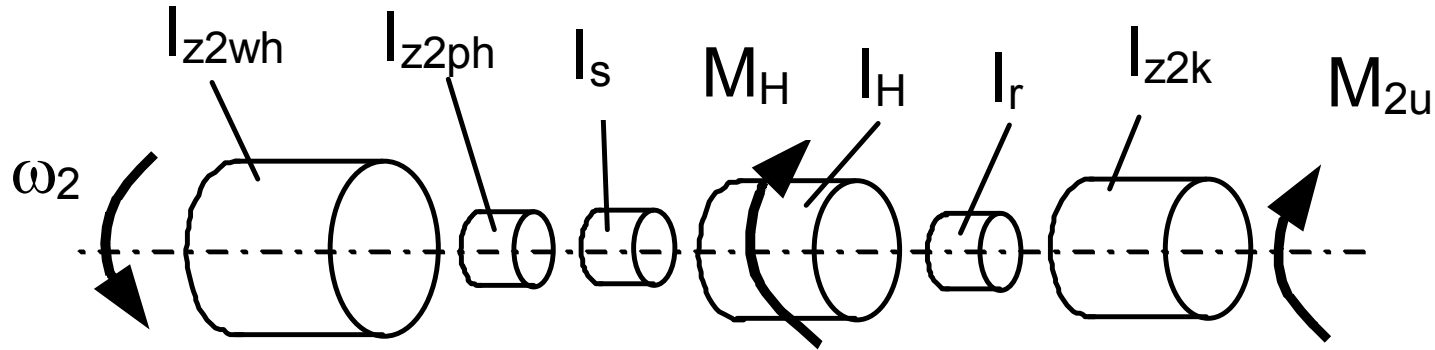
$$(I_r + I_{z2k}) \frac{d\omega_2}{dt} = M_{r1m} - M_{2u}$$

$$M_{2u} = \frac{M_k}{i_r \eta_r} = \frac{2000}{4,41 \cdot 0,98} = 462,8 \text{ [Nm]}$$

$$I_{z2k} = \frac{I_k}{i_r^2 \eta_r} = \frac{20}{4,41^2 \cdot 0,98} = 1,0494 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$\varepsilon_{2m} = \frac{\varepsilon_{spm} \eta_v}{i_q} = \frac{829,9 \cdot 0,92}{6,15} = 124,33 \text{ [rad s}^{-2}\text{]}$$

$$M_{r1m} = M_{2u} + (I_r + I_{z2k}) \varepsilon_{2m} = 462,8 + (0,001 + 1,0494) \cdot 124,33 = 593,4 \text{ [Nm]}$$



$$I_{z2i} = (I_w + I_p) i_q^2 + I_s + I_H + I_r + \frac{I_k}{i_r^2} = I_{z2li} + I_s + I_H + I_r + I_{z2ki} =$$

$$= 3,2568 + 0,23 + 2,3 + 0,001 + 1,0284 = 6,8162 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$M_2 = \frac{M_k}{i_r} = \frac{2000}{4,41} = 453,5 \text{ [Nm]} \quad \omega_{2u} = \frac{\omega_{1u} \eta_v}{i_q} = \frac{153,87 \cdot 0,92}{6,15} = 23,05 \text{ [rad/s]}$$

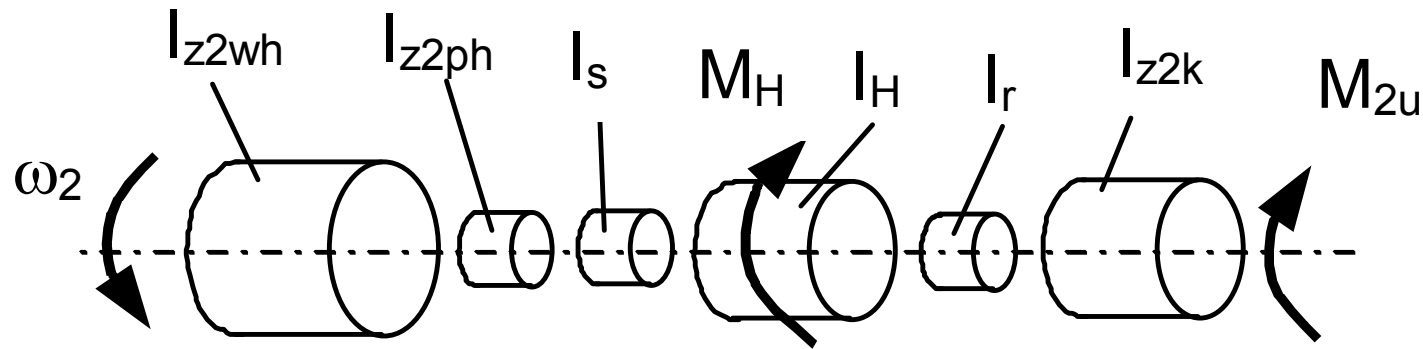
$$I_{12}^* = I_{z2i} \frac{M_H}{M_H + M_2} = 6,8162 \frac{650}{650 + 453,5} = 4,0149 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$I_{22}^* = I_{z2i} - I_{12}^* = 6,8162 - 4,0149 = 2,8013 \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$I_{z2(h)} = \frac{(I_w + I_p) i_q^2 \eta_{mh}}{\eta_v} + I_s + I_H + I_r + \frac{I_k}{i_r^2 \eta_r} =$$

$$= \frac{(0,08 + 0,006) \cdot 6,15^2 \cdot 0,94}{0,92} + 0,23 + 2,3 + 0,001 + \frac{20}{4,41^2 \cdot 0,98} = 6,9050 \text{ [kgm}^2\text{]}$$





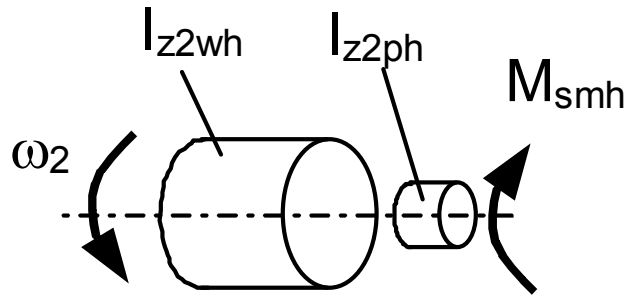
$$I_{z2(h)} \frac{d\omega_2}{dt} = -M_H - M_{2u} \quad \int_0^{t_h} dt = \int_{\omega_{2u}}^0 \frac{I_{z2(h)}}{-M_H - M_{2u}} d\omega_2$$

$$t_h = \frac{I_{z2(h)}(-\omega_{2u})}{-M_H - M_{2u}} = \frac{I_{z2(h)}\omega_{2u}}{M_H + M_{2u}} = \frac{6,9050 \cdot 23,05}{650 + 462,8} = 0,14 \text{ [s]}$$

$$\varepsilon_{2h} = \frac{-M_H - M_{2u}}{I_{z2(h)}} = -\frac{M_H + M_{2u}}{I_{z2(h)}} = -\frac{650 + 462,8}{6,9050} = -161,15 \text{ [rads}^{-2}\text{]}$$

$L_H$  [Nm] – praca hamulca ?

$$L_H = M_H \varphi_{sh} = M_H \frac{t_h \omega_{2u}}{2} = \frac{650 \cdot 0,14 \cdot 23,05}{2} = 1072 \text{ [J]}$$

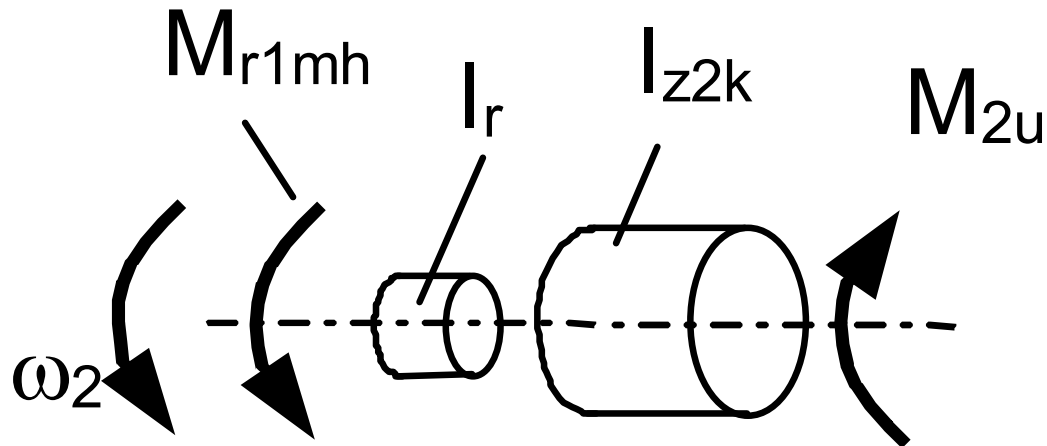


$$(I_{z2wh} + I_{z2ph}) \frac{d\omega_2}{dt} = -M_{smh}$$

$$(I_{z2wh} + I_{z2ph}) \varepsilon_{2h} = -M_{smh}$$

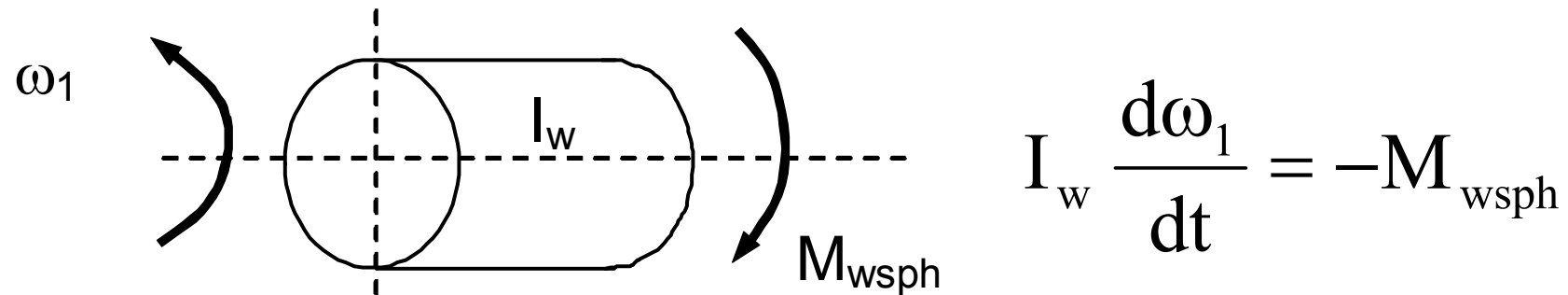
$$\begin{aligned} M_{smh} &= -(I_{z2wh} + I_{z2ph}) \varepsilon_{2h} = -\frac{(I_w + I_p) i_q^2 \eta_{mh}}{\eta_v} \varepsilon_{2h} = \\ &= -\frac{(0,08 + 0,006) \cdot 6,15^2 \cdot 0,94}{0,92} \cdot (-161,15) = 535,8 \text{ [Nm]} \end{aligned}$$

$$p_{smh} = \frac{M_{smh}}{q_s \eta_{mhs}} = \frac{535,8}{40 \cdot 10^{-6} \cdot 0,97} = 13,81 \cdot 10^6 \text{ [Pa]} = 13,81 \text{ [MPa]}$$



$$(I_r + I_{z2k}) \varepsilon_{2h} = M_{r1mh} - M_{2u}$$

$$\begin{aligned} M_{r1mh} &= (I_r + I_{z2k}) \varepsilon_{2h} + M_{2u} = \left( I_r + \frac{I_k}{i_r^2 \eta_r} \right) \varepsilon_{2h} + M_{2u} = \\ &= \left( 0,001 + \frac{20}{4,41^2 \cdot 0,98} \right) \cdot (-161,15) + 462,8 = 293,5 \text{ [Nm]} \end{aligned}$$



$$\varepsilon_{1h} = \frac{\varepsilon_{2h} \dot{i}_q}{\eta_v} = \frac{-161,15 \cdot 6,15}{0,92} = -1076 [\text{rads}^{-2}]$$

$$M_{\text{wsph}} = -I_w \varepsilon_{1h} = -0,08 \cdot (-1076) = 86,1 [\text{Nm}]$$

$p_{\text{ph}} [\text{MPa}] ?$

$$p_{\text{ph}} = \frac{p_{\text{smh}}}{\eta_{hl}} = \frac{13,81 \cdot 10^6}{0,99} = 13,95 \cdot 10^6 [\text{Pa}] = 13,95 [\text{MPa}]$$