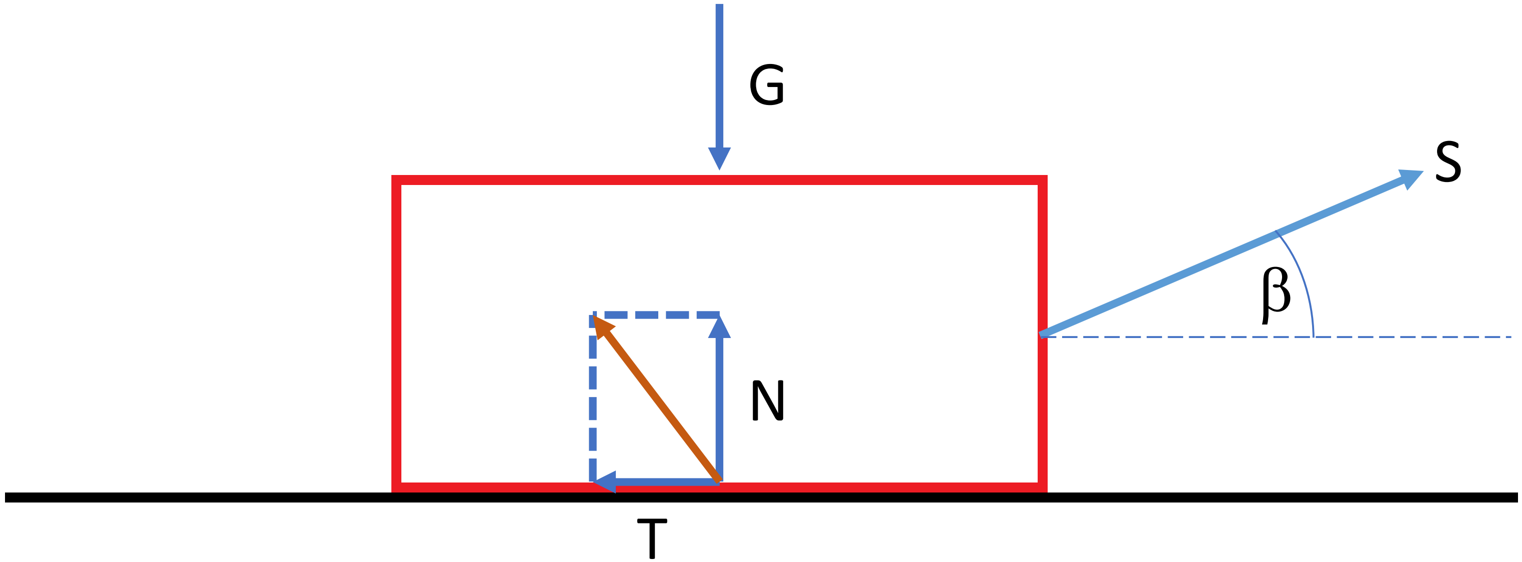
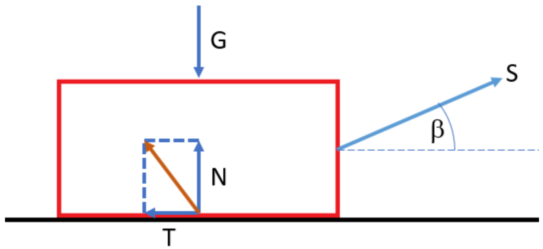
Jaki musi być kąt β, aby siła **S** potrzebna do wywołania poślizgu była minimalna



PRAWA COULOMBA I MORENA:

1. Siła tarcia jest niezależna od wielkości stykających się powierzchni i zależy tylko (jedynie) od ich rodzaju.
2. Wielkość siły tarcia dla ciała znajdującego się w spoczynku może zmieniać się od zera do maksymalnej wartości proporcjonalnej do całkowitego nacisku normalnego.
3. Gdy ciało ślizga się po powierzchni to siła tarcia jest skierowana przeciwnie do kierunku ruchu (jej wielkość zależy od prędkości poślizgu). Siła tarcia w ruchu jest mniejsza niż w spoczynku.

$$T = \mu \cdot N$$



Równania równowagi

$$\begin{cases} \sum F_y = N + S \cdot \sin\beta - G = 0 \\ \sum F_x = S \cdot \cos\beta - T = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = G - S \cdot \sin\beta \\ T = S \cdot \cos\beta \end{cases}$$

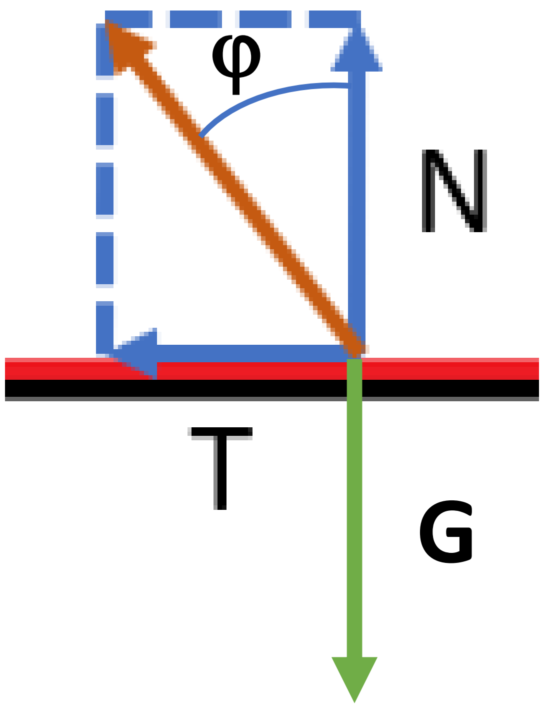
ponieważ $T = \mu \cdot N$ gdzie μ – wsp. tarcia statycznego

$$S \cdot \cos\beta = \mu \cdot (G - S \cdot \sin\beta)$$

$$S \cdot \cos\beta = \mu \cdot G - \mu \cdot S \cdot \sin\beta$$

$$S \cdot (\cos\beta + \mu \cdot \sin\beta) = \mu \cdot G$$

$$S = \frac{\mu \cdot G}{\cos\beta + \mu \cdot \sin\beta}$$



Równania równowagi

$$\frac{T}{N} = \mathrm{tg}\,\varphi$$

$$T = N \cdot \mathrm{tg}\,\varphi$$

$$T = \mu \cdot N \quad \Rightarrow \quad \mu = tg\varphi$$

$$S = \frac{\mu \cdot G}{\cos\beta + \mu \cdot \sin\beta} \Longrightarrow S = \frac{\mathrm{tg}\,\varphi \cdot G}{\cos\beta + \mathrm{tg}\,\varphi \cdot \sin\beta}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \Longrightarrow S = \frac{\sin\varphi \cdot G}{\cos\beta \cdot \cos\varphi + \cos\varphi \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \cdot \sin\beta} = \frac{\sin\varphi \cdot G}{\cos\beta \cdot \cos\varphi + \sin\varphi \cdot \sin\beta}$$

$$\cos\beta \cdot \cos\varphi + \sin\beta \cdot \sin\varphi = \cos(\beta - \varphi) \Longrightarrow \boxed{S = \frac{\sin\varphi \cdot G}{\cos(\beta - \varphi)}}$$

$$S = \frac{\sin\varphi \cdot G}{\cos(\beta - \varphi)}$$

Jaki jest warunek istnienia minimum funkcji?

Aby funkcja miała minimum – jej pochodna musi się zerować.

$$[S]' = G \cdot \sin\varphi \cdot \left[\frac{1}{\cos(\beta - \varphi)}\right]' = 0$$

Pochodną ilorazu liczymy:

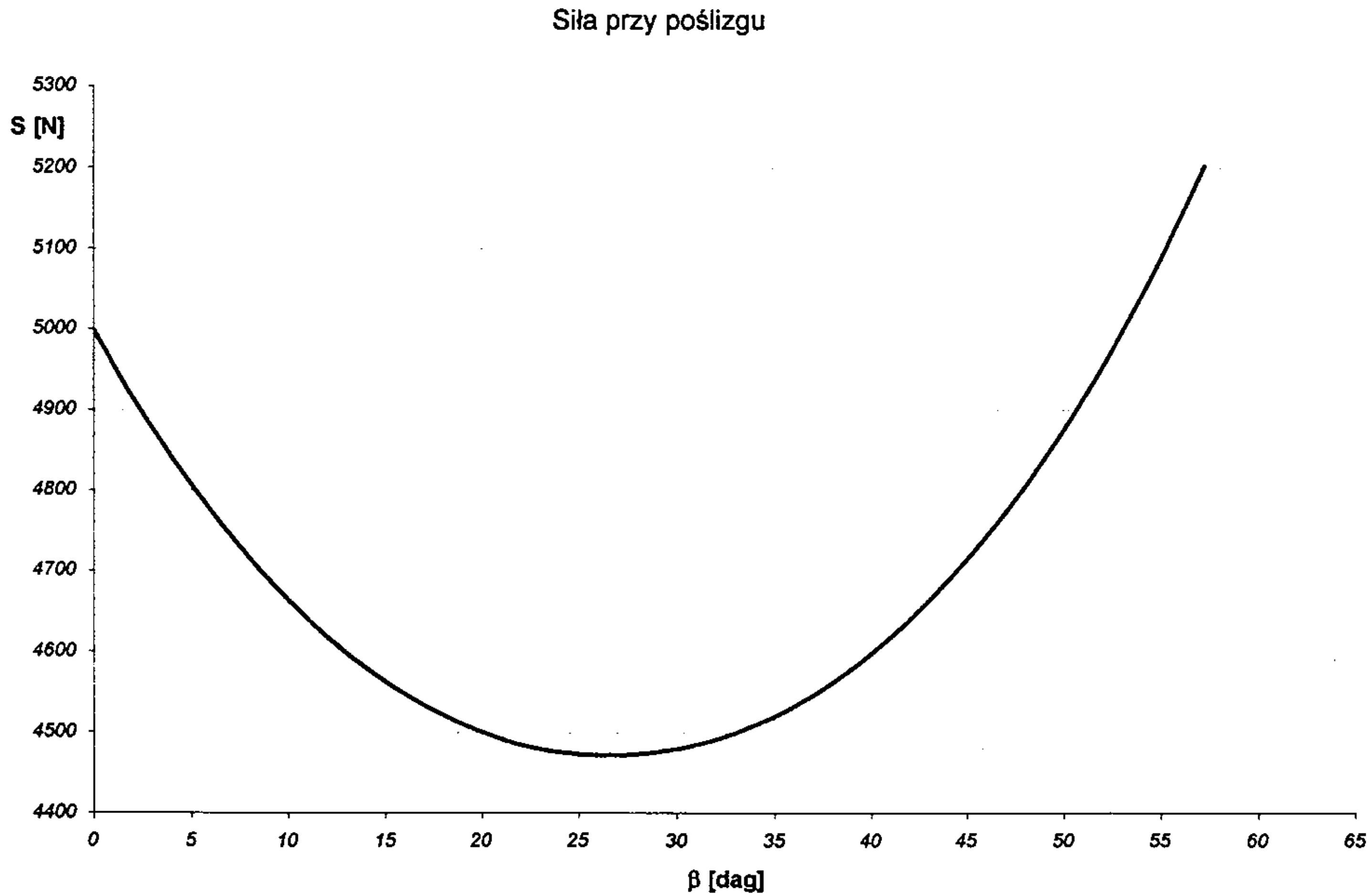
$$\left[\frac{f_1(\beta)}{f_2(\beta)}\right]' = \frac{f_1{}'(\beta) \cdot f_2(\beta) - f_1(\beta) \cdot f_2{}'(\beta)}{\left(f_2(\beta)\right)^2}$$

$$\left[\frac{1}{\cos(\beta - \varphi)}\right]' = \frac{0 \cdot \cos(\beta - \varphi) - 1 \cdot [-\sin(\beta - \varphi)]}{cos^2(\beta - \varphi)} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{cos^2(\beta - \varphi)} = 0$$

Pochodna się zeruje, gdy licznik się zeruje: $\sin(\beta - \varphi)=0 \quad \Longrightarrow \quad \beta - \varphi = 0 \quad \Longrightarrow$

$\beta = \varphi \quad \Longrightarrow$ SIŁA CIĄGNIĘCIA BĘDZIE MINIMALNA GDY SKIERUJEMY JĄ POD KĄTEM β RÓWNYM KĄTOWI TARCIA.

Podstawy doboru napędu maszyn

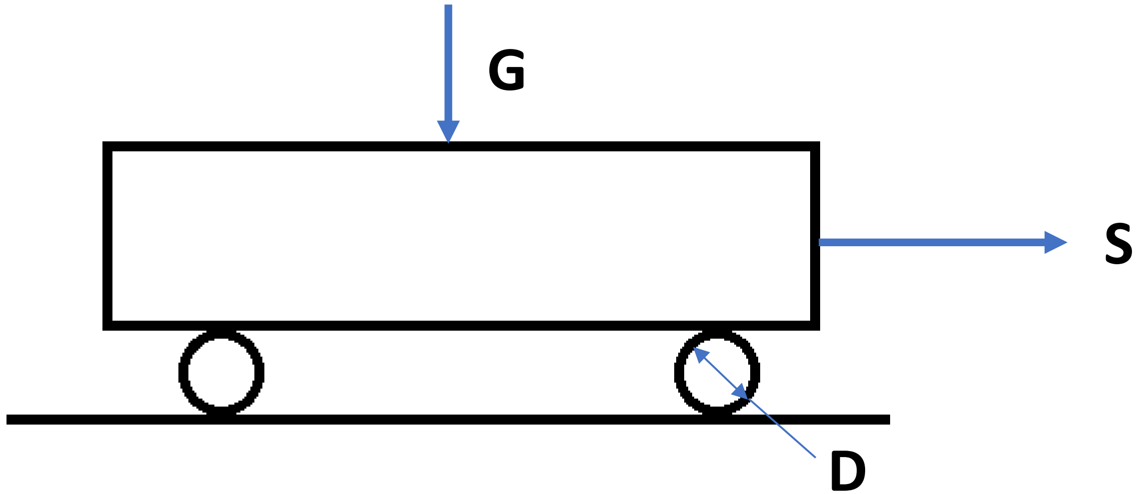


Drewno po drewnie μ = 0,5

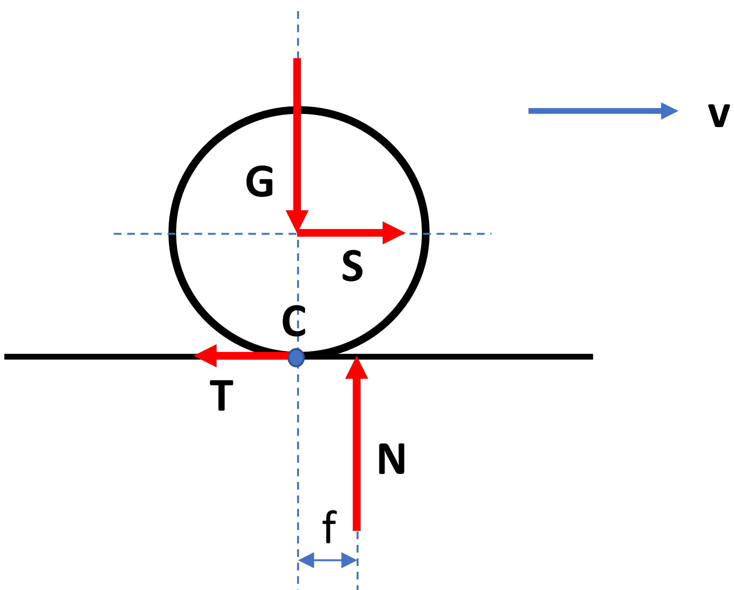
Przykładowe współczynniki tarcia i kąty tarcia.

Trące się materiały	μ spoczyn.	β [°]	Tarcie w ruchu
Drewno po drewnie	0,4 ÷ 0,7	21,8 ÷ 35	0,2 ÷ 0,4
Żeliwo po żeliwie	0,16 ÷ 0,22	9,1 ÷ 12,4	0,1
Stal po żeliwie	0,11 ÷ 0,18	6,3 ÷ 10,2	0,1
Stal po stali	0,15 ÷ 0,17	8,5 ÷ 9,7	0,15
Drewno po metalu	0,60	31	0,40
Pas skórzany po żeliwie	0,50	26,6	0,28
Żeliwo po brązie	0,18	10,2	0,15
Sznur konopny po drewnie	0,5 ÷0,8	26,6 ÷38,7	0,3 ÷ 0,4
Stal po lodzie	0,02 ÷ 0,03	1,1 ÷ 1,7	0,015

Ułatwieniem transportu może być położenie ładunku na walcach



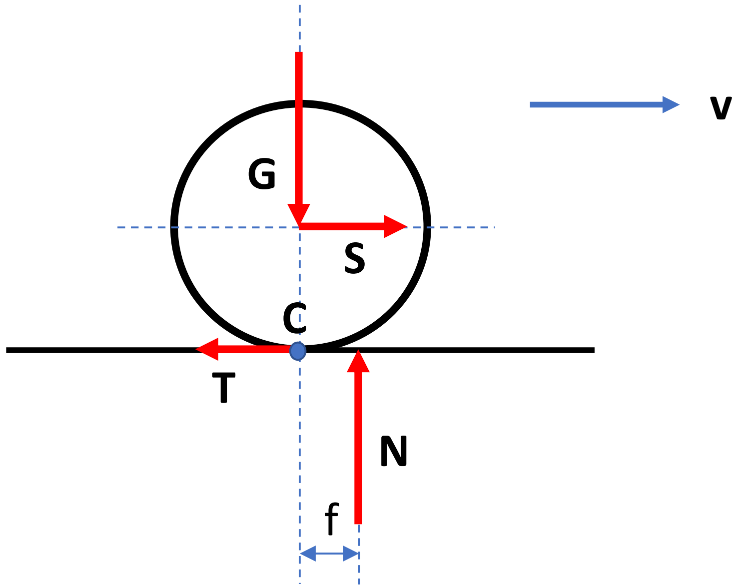
Rozpatrzmy walec obciążony siłą **G**



Ruch nastąpi dopiero po przekroczeniu przez siłę S pewnej granicznej wartości.

Rozpatrujemy walec w granicznym położeniu równowagi.

Równania równowagi:
$$\begin{cases} \sum F_x = S - T = 0 \\ \sum F_y = N - G = 0 \end{cases}$$



Jeżeli reakcja **N** przechodziłaby przez punkt **C** teoretycznego styku to nie byłoby równowagi momentu względem punktu **C**.
Aby tak nie było, reakcja musi być przesunięta

$$\sum M_c = S \cdot \frac{D}{2} - N \cdot f = 0$$

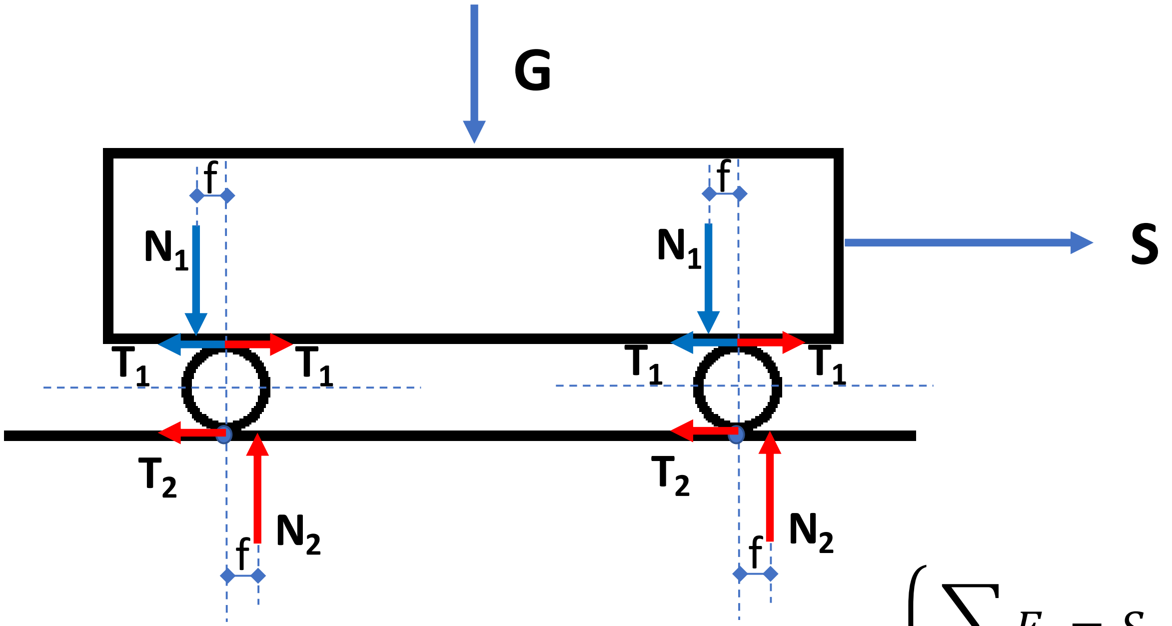
$$S = N \cdot \frac{2 \cdot f}{D}$$

f – wsp. tarcia tocznego – wymiar w cm lub mm
Jego wartość określa się doświadczalnie. Odpowiada on przesunięciu wypadkowej reakcji podłoża w kierunku działania siły czynnej.
Tłumaczy się go odkształceniem zarówno walca jak i podłoża.

Wartość współczynnika **f**

Materiał toczącego się elementu i podłoża	Współczynnik tarcia tocznego f [cm]
Krążek drewniany po drewnie	twarde 0,06 ÷ 0,15 miękkie
Krążek drewniany po stali	0,03
Koło stalowe po stali	0,05
Koło stalowe po kamieniu i bruku	0,15
Koło stalowe po asfalcie	0,6
Koło stalowe po gumie	1,5 ÷ 6
Hartowane kulki po hartowanej stali	0,001
Żeliwny krążek po żeliwie	0,08

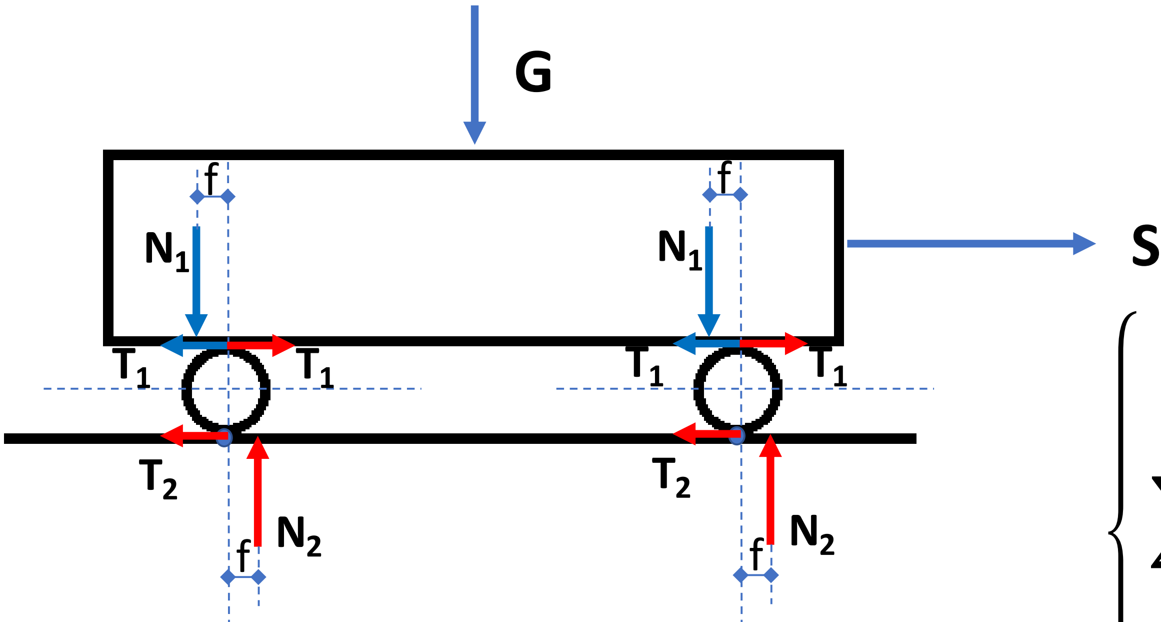
Rozpatrzmy cały układ



Równania równowagi dla płyty:

$$\begin{cases} \sum F_x = S - 2 \cdot T_1 = 0 \implies T_1 = \dfrac{S}{2} \\ \sum F_y = 2 \cdot N_1 - G = 0 \implies N_1 = \dfrac{G}{2} \end{cases}$$

Rozpatrzmy cały układ



Równania równowagi dla wałka:

$$\begin{cases} \sum F_x = T_1 - T_2 = 0 \implies T_1 = T_2 \\ \sum F_y = N_1 - N_2 = 0 \implies N_1 = N_2 \\ \sum M_c = T_1 \cdot D - N_1 \cdot f - N_2 \cdot f = 0 \end{cases}$$

Podstawiając $T_1 = \frac{S}{2}$

i $N_1 = \frac{G}{2}$ otrzymamy

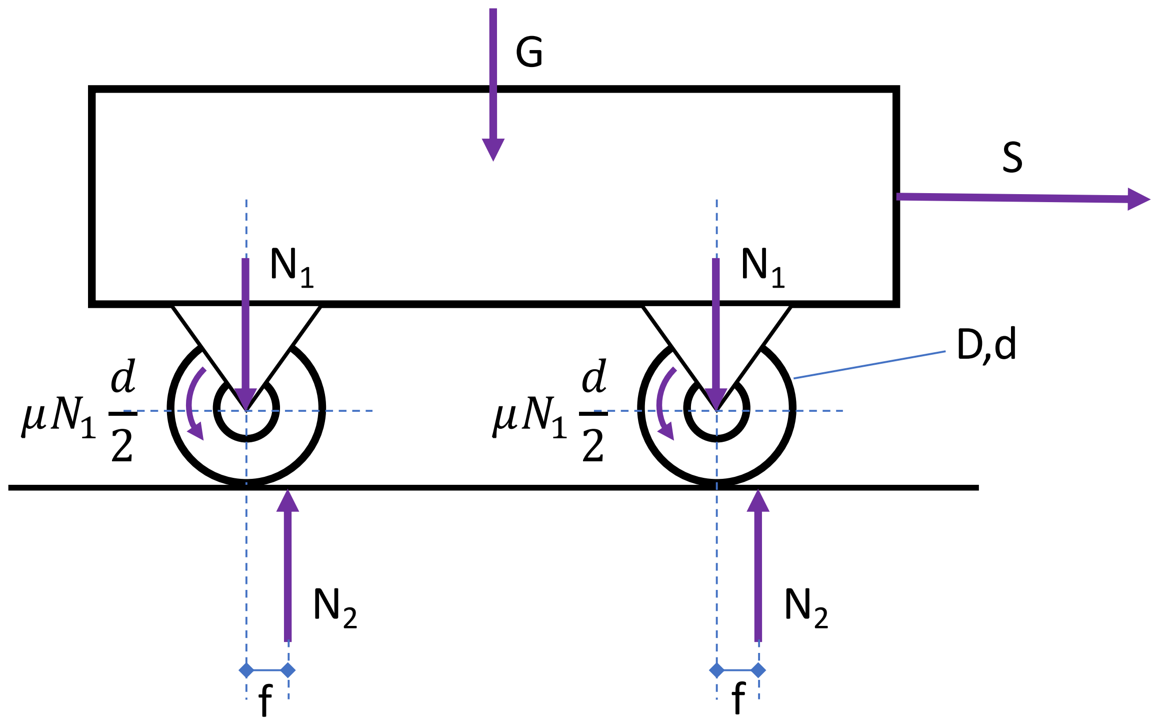
$$\frac{S}{2} \cdot D - \frac{G}{2} \cdot f - \frac{G}{2} \cdot f = 0$$

$$\frac{S}{2} \cdot D - G \cdot f = 0$$

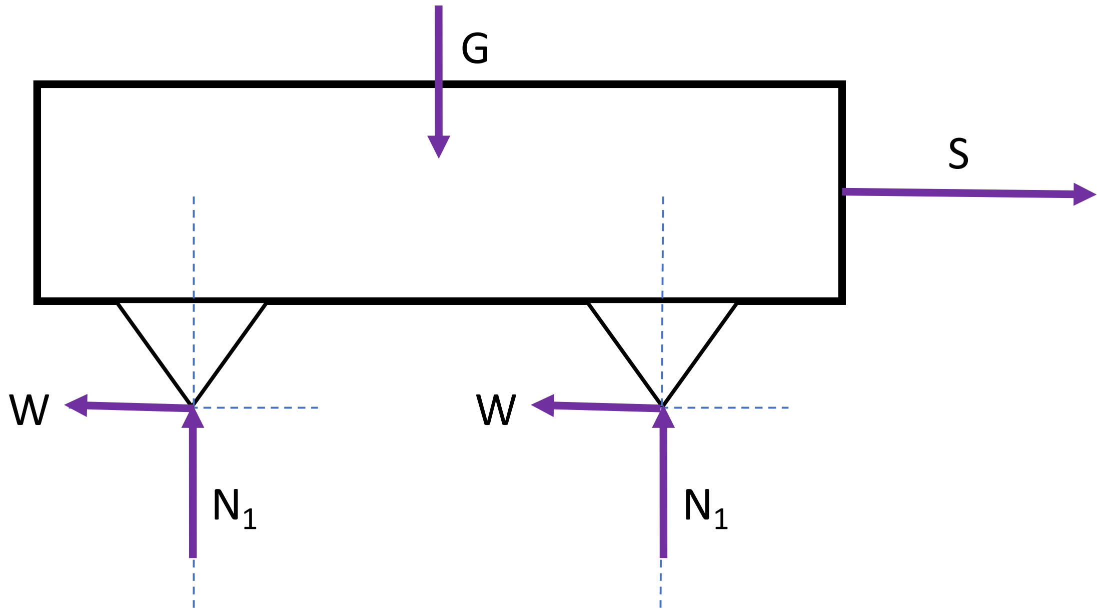
Czyli:

$$\boxed{S = G \cdot \frac{2 \cdot f}{D}}$$

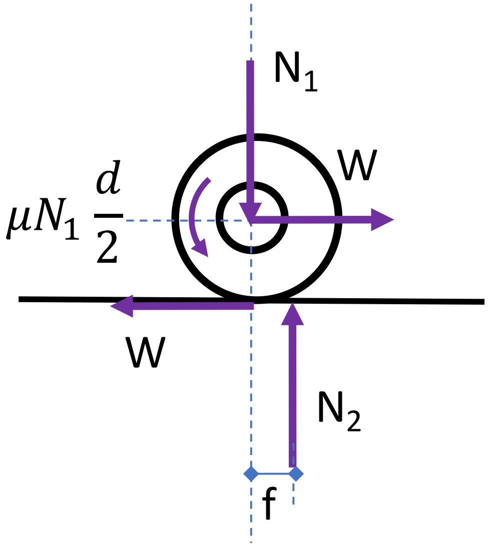
Mocujemy koła



Rozdzielamy na części:



$$\begin{cases} \sum F_x = S - 2 \cdot W = 0 \implies S = 2 \cdot W \\ \sum F_y = 2 \cdot N_1 - G = 0 \implies N_1 = \dfrac{G}{2} \end{cases}$$



$$\sum F_y = N_1 - N_2 = 0 \implies N_1 = N_2$$

$$\sum M_0 = \mu \cdot N_1 \cdot \frac{d}{2} + N_2 \cdot f - W \cdot \frac{D}{2} = 0$$

$$W \cdot \frac{D}{2} = N_1 \cdot \left(\mu \frac{d}{2} + f\right) \qquad N_1 = \frac{G}{2}$$

$$W = \frac{2}{D} \cdot \frac{G}{2} \cdot \left(\mu \frac{d}{2} + f\right)$$

ponieważ $S = W \cdot 2 \implies$

$$S = \frac{G \cdot (\mu \cdot d + 2 \cdot f)}{D}$$

μ – współczynnik tarcia

Łożyskowanie toczne $\mu = 0{,}05$

Łożyskowanie ślizgowe $\mu = 0{,}1 \div 0{,}15$

Porównajmy:

G = 10 000 N
D = 100 mm = 0,1 m
d =30 mm = 0,03 m

1. Ciągniemy

$$S = \frac{\mu \cdot G}{\cos\beta + \mu \cdot \sin\beta}$$

$$\mu = 0{,}15$$
$$\gamma = 8{,}5°$$

$$S = \frac{0{,}15 \cdot 10000}{\cos 8{,}5° + 0{,}15 \cdot \sin 8{,}5°} = 1483\ [N]$$

Porównajmy:

G = 10 000 N
D = 100 mm = 0,1 m
d =30 mm = 0,03 m

2. Walce

$$S = G \cdot \frac{2 \cdot f}{D}$$

$$f = 0{,}05\ cm = 0{,}0005\ m$$

$$S = 10000 \cdot \frac{2 \cdot 0{,}0005}{0{,}1} = 100\ [N]$$

Porównajmy:

G = 10 000 N
D = 100 mm = 0,1 m
d =30 mm = 0,03 m

2. Koła

$$S = \frac{G \cdot (\mu \cdot d + 2 \cdot f)}{D}$$

$$S = \frac{10000 \cdot (0{,}05 \cdot 0{,}03 + 2 \cdot 0{,}0005)}{0{,}1} = 250\ [N]$$